

$$69 \quad \left\{ \left(-\frac{1}{2}a^2b^2 \right)^2 - [3a(-2ab^2)]^2 \right\} - [-2a + (-0,1ax^2) : (-x)^2]. \quad \left[\frac{21}{10}a - \frac{143}{4}a^4b^4 \right]$$

$$70 \quad \left(-\frac{1}{2}xy^2 \right)^2 - \left[\frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2y^4 + (-2x)^3 - \left(+\frac{1}{2}xy^2 \right)^2 \right] - x^3. \quad \left[\frac{7}{6}x^2y^4 + \frac{13}{2}x^3 \right]$$

$$71 \quad (-2ab)^2 - (-2a^2b^2)^3 - \left[32a^2b^2 \left(-\frac{1}{2}ab \right)^4 + 3a^2b^2 \right] - [-(-ab)^3]^2. \quad [a^2b^2 + 5a^6b^6]$$

$$72 \quad - \{ -2y^2 + [(-3x)^2 + 3x(-5xy^2) : (-xy)] \} - [-5(-x)^2 + yx] + (-2x)^2. \quad [2y^2 - 16xy]$$

$$73 \quad -[4a^2 - (5b + 1)] + (-3 + 2b) - \{ [(-2a)^5 : (-2a)^4]^2 - (-5b + 2) \}. \quad [2b - 8a^2]$$

$$74 \quad \text{Dividere la somma } S \text{ in tre parti, di cui la prima è } a, \text{ la seconda supera la prima di } b; \text{ si sa inoltre che è } 2b \text{ la differenza tra la prima parte e la terza. Esprimere la somma } S \text{ in funzione di } a \text{ e di } b. \quad [S = 3a - b]$$

$$75 \quad \text{Dividere la somma } S \text{ in tre parti sapendo che la prima parte supera di } a \text{ la seconda e che la seconda supera di } (2a + 3b) \text{ la terza. Si sa inoltre che la terza parte è } 2a + b; \text{ esprimere la somma } S \text{ in funzione di } a \text{ e } b. \quad [S = 11a + 9b]$$

$$76 \quad \text{Una somma } S \text{ viene divisa fra quattro persone: la prima ha avuto } a \text{ lire, la seconda } \frac{2}{3} \text{ di quanto ha avuto la prima, la terza il triplo della differenza tra ciò che ha avuto la seconda e la terza parte di ciò che ha avuto la prima. Quanto ha avuto la quarta persona?} \quad \left[S - \frac{8}{3}a \right]$$

$$77 \quad \text{Quante unità sono contenute nel numero che ha } x \text{ come cifra delle centinaia, } y \text{ delle decine, } z \text{ delle unità?} \quad [100x + 10y + z]$$

$$78 \quad \text{Dopo aver scritto in forma polinomiale, a base 10, i numeri 3429 e 2085 calcolare la loro somma.} \quad [5 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 4]$$

$$79 \quad \text{Nel triangolo } ABC, \text{ l'angolo di vertice } A \text{ è di } n^\circ; \text{ l'angolo di vertice } B \text{ è } \frac{2}{5} \text{ del precedente. Determinare, in funzione di } n, \text{ l'ampiezza degli angoli in } B \text{ ed in } C. \quad \left[\widehat{B} = \frac{2}{5}n^\circ; \widehat{C} = 180^\circ - \frac{7}{5}n^\circ \right]$$

$$80 \quad \text{Nel pentagono } ABCDE \text{ l'angolo } A \text{ misura } n \text{ gradi, l'angolo } B \text{ è } \frac{5}{3} \text{ di } \widehat{A}; \text{ l'angolo } C \text{ è } \frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) \text{ e l'angolo } D \text{ è } \frac{3}{4} \text{ di } \widehat{C}. \text{ Trovare le misure in gradi degli angoli del pentagono in funzione di } n. \quad \left[n^\circ; \frac{5}{3}n^\circ; \frac{4}{3}n^\circ; n^\circ; 540^\circ - 5n^\circ \right]$$

$$81 \quad \text{I tre lati di un triangolo misurano rispettivamente } 3a, 4a, 5a; \text{ si aumenta il primo lato di } 2b, \text{ il secondo lato di } \frac{1}{4}b \text{ e il terzo lato di } \frac{3}{4}b. \text{ Qual è la differenza tra il perimetro del nuovo triangolo e quello del triangolo dato? Qual è il perimetro del nuovo triangolo?} \quad [3b; 12a + 3b]$$

Moltiplicazione di un polinomio per un monomio

Calcolare:

$$1 \quad (2a + 4b - 6c)(-2ab); \quad (7x - 2y)(-3x).$$

$$2 \quad -\frac{2}{5}(10a^2 + 15a - 5); \quad (-3x^2 + 6x - 1)\left(-\frac{8}{3}\right).$$

$$3 \quad +3x(x^2 - 3x + 2); \quad -4ab(2a^2 + 3ab - b^2).$$

$$4 \quad -4a^2b^3(a + 2a^2b - 3a^3).$$

$$5 \quad (4x^2 - 5x)(-2x^2); \quad (-2x^2)(4x^2 - 5x).$$

$$6 \quad -\frac{5}{4}x(12x^3 - 8); \quad \left(\frac{1}{4}a^3 - 5a + \frac{3}{4}\right)(-8a^2).$$

$$7 \quad (x^2 - 4x + 4)(-3x^3); \quad (x + 2)(-5x^2y).$$

$$8 \quad 2a^3b^2(-2a + b - a^2 + 2b^2).$$

$$9 \quad -\frac{ax}{2} \left(ax + 4ax + 4ax^2 - \frac{2a^2x}{3} \right).$$

$$10 \quad (a^n + a^{n+1} - a^{n+2})(-2a^2), \text{ con } n \in N.$$

$$11 \quad (a^3 - 7a^2 + 5a - 1)(+2a^n), \text{ con } n \in N.$$

$$12 \quad (x^2y^n - x^ny^3 + x^ny^{2n})(-x^ny^n), \text{ con } n \in N.$$

$$13 \quad (-a^nb^n)(ab^m + a^2 + b^n), \text{ con } n \in N, m \in N.$$

$$14 \quad (+3a^2x^ny^{n+1})\left(-\frac{2}{3}a^2x + 0,2a^nx^2 - ax^2y^n\right), \text{ con } n \in N.$$

$$15 \quad 6 + 3(x - 2) + 5x - 7(x - 1) - 2(x - 3).$$

$$16 \quad 3a - 6(a + 2) + 5a - 4a(-2) - 3(a - 2).$$

$$17 \quad (-a^2b)(5ab - 4b^2 + 8a^2) + (+7a^2b^2) \cdot (-7b + 2a).$$

$$18 \quad (3xy + 5x^2 - 3y^2)(-2x^2) - 4x^2y(8y - 7x + 4).$$

$$19 \quad \frac{1}{5} \left[a^2 - \frac{1}{3} a^2(a - 3b) - \frac{1}{4} a^2b \right] + 2a^2 \left(\frac{1}{3} a + 3b \right).$$

$$20 \quad 5x \left[2(x^2 - 3xy) + 2x \left(\frac{1}{2} x - 3y \right) - \frac{1}{3} x(3x - 6y) \right].$$

$$21 \quad 5a^2b(2a - 3b) - \frac{1}{2} a^2(ab - 4a^2 - 2b^3) + (-2a)^4.$$

$$22 \quad 8x^3 - \left\{ + \frac{1}{4} x[(x^2 - y^2)(-2)^2 - 4x^2] + 8x^3 \right\}. \quad [xy^2]$$

$$23 \quad -4a^2m - [2a^2 - (3m - 4)(-a)] \left(-\frac{1}{2} a \right) - (-a + 2)(-a^2). \quad \left[-\frac{5}{2} a^2m \right]$$

$$24 \quad 6ab^3 \left\{ a^2 \left[-4x - 3a \left(\frac{1}{6} - x \right) \right] + 4a^2x \right\} - a(-ab)^3(5 - 2x) - 2a^2b(-ab)^2. \quad [16a^4b^3x]$$

Essendo $m, n \in N$, calcolare:

$$25 \quad (a^2)^{m+n}; \quad (a^{n-2m})^3; \quad (a^{m-2})^3.$$

$$26 \quad (a^{2n-1})^{-6}; \quad (x^m)^{n-1}; \quad (2a^2b^3)^{m-n}.$$

$$27 \quad (a^{n+2})^4; \quad (a^{2n-3}b)^{-3}; \quad (-a^3)^{2(m+n)}.$$

$$28 \quad (a^3)^{2m+n}; \quad \left(\frac{a^3}{b^2} \right)^{2n-m}; \quad \left(\frac{3a^n}{b^m} \right)^{2n-1}.$$

$$29 \quad (a^{-5})^{n-2m}; \quad (x^2y^{-3})^{n+3m}; \quad (a^{3n})^{2n-m}.$$

$$30 \quad \frac{[(a^{2n-3})^{-3} : (a^{n-1})^3]^4}{[(a^{n-2})^3]^{-1}}. \quad [a^{42-33n}]$$

$$31 \quad \{[(a^{2n-3})^{-2} : (a^{-n+2})^3]^{-1} + a^n\}^3. \quad [8a^{3n}]$$

$$32 \quad \frac{(b^{2n-3})^{-2} : (b^n)^{n-1}}{(b^{2n+1})^n \cdot (b^{n-1})^{-n}}. \quad [b^{-2n^2-5n+6}]$$

$$33 \quad \left[\frac{(a^{n-1})^{-1} \cdot (a^{2n-1})^2 : (a^{n-1})^2}{a^{5-3n}} + \frac{1}{a^{4-4n}} \right]^2. \quad [4a^{8n-8}]$$

Quoziente di un polinomio per un monomio

Calcolare:

$$1 \quad (8a^3 - 12a^2 + 24a^4) : (+4a^2).$$

$$2 \quad (-a^3 + 5a^2 + 10a - 15) : (-5).$$

$$3 \quad (-3a^4b + 8a^3b^2 - a^2b^3 + 4ab^4 - 6b^5) : (-2b).$$

$$4 \quad (a^2b^3 - 4ab^2 + 5a^3b) : (-2ab).$$

$$5 \quad (12a^2 - 9a^3 - 6a^4 - 12a^5) : (-3a).$$

$$6 \quad (12a^3b^2 + 8a^2b^3 - 16a^2bc + 24a^2b^2c^2) : (-4a^2b).$$

$$7 \quad (4a^4x^2 - 16a^3x^4 + 20a^3x^3 - 8a^2x^5) : (+4a^2x).$$

$$8 \quad \left(\frac{1}{3} x^4 - 5a^3x^5 + 2ax^3 - \frac{4}{3} a^2x^4 \right) : \left(-\frac{1}{3} x^3 \right).$$

$$9 \quad \left(a^3b - \frac{1}{3} a^2b^2 + \frac{1}{9} ab^3 \right) : \left(-\frac{1}{3} ab \right).$$

$$10 \quad \left(2,8a^4b^4 - 2,4a^3b^2 + \frac{6}{5} a^2b^2 + ab^2 \right) : (-0,2ab^2).$$

$$11 \quad \left(-\frac{3}{5} a^4b^3x^2 + \frac{1}{4} ab^2x^3 + \frac{2}{5} a^2b^3x \right) : \left(-\frac{2}{5} ab^2x \right).$$

$$12 \quad (7m^3n^2 + 21m^2n^3 - 35m^4n^4 - 7m^2n^2) : (-7m^2n^2).$$

$$13 \quad (a^2b^{2+n} + ab^n - 2a^3b^{n+1}) : (-2ab^n), \quad \text{con } n \in N.$$

$$14 \quad (7a^{n+1}b^{n+2} - 5a^n b^{n+3} + 3a^{n+2}b^{n+4}) : (-a^n b^{n+2}), \quad \text{con } n \in N.$$

$$15 \quad (a^{n-3}b^n + a^{n-1}b^{n+1} - 5a^{n-2}b^{n+2}) : (-2a^{n-3}b^n), \quad \text{con } n \text{ intero } \geq 3.$$

$$16 \quad (2a^n - a^{n+1}b + 5a^{n+2}b^2) : (-2a^n), \quad \text{con } n \in N.$$

- 17 $(3a^nb + 5a^{2n}b^2 - 10a^{n-1}b^4) : (-5ab)$, con $n \in N, n \geq 2$.
- 18 $(10a^3b^n - 8a^4b^{n^2} - 6a^5b^{3n}) : (+2a^3b^n)$, con $n \in N$.
- 19 $\left(a^{n+1}b^2c^3 + \frac{1}{3}a^nb^nc^2 + \frac{4}{5}a^{n+3}b^{n+1}c\right) : (-2a^nb^2c)$, con n intero ≥ 2 .
- 20 $(x^my^n - 2x^{m-1}y^{n+1} - x^{m-2}y^{n+2}) : (+x^{m-2}y^n)$, con $m \geq 2$ ed $n \in N$.

Trasformare i seguenti polinomi in prodotto di due fattori uno dei quali è segnato a fianco di ciascuno:

- 21 $12a + 4ab - 36a^2b^2$ raccogliere $4a$.
- 22 $x^3 - 3x^2 + 8x$ raccogliere x .
- 23 $3a^2b^3 - 9a^2b^4 + 6a^4b^5$ raccogliere $3a^2b^3$.
- 24 $10ax - 15a^2x^2 + 5a^3x^3$ raccogliere $-5ax$.
- 25 $a^3b - ab^3 + 4a^2b^2$ raccogliere ab .
- 26 $4x^2y - 16xy^2 + 8xy$ raccogliere $-4xy$.
- 27 $\frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{6}x^2y - \frac{1}{3}x^3y^2$ raccogliere $\frac{1}{3}xy$.
- 28 $8a^4b^3c^4 - 16a^3b^4c^7 + 24a^2b^3c^6$ raccogliere $-4a^2b^3c^4$.
- 29 $x^{10} - x^6 - x^7 + x^{15}$ raccogliere x^6 .
- 30 $4a^6b^{10} - 8a^{10}b^6 - 2a^5b^3 + 10a^{12}b^9$ raccogliere $2a^5b^3$.
- 31 $a^6 - 2a^5 + 2a^4 - 4a^3$ raccogliere $-a^3$.
- 32 $15x^3y^2z^5 + 10x^2y^4z^3 - 40x^3y^5z^4$ raccogliere $5x^2y^2z^3$.

Nei seguenti polinomi mettere in evidenza il fattore segnato a fianco di ciascuno, ricorrendo eventualmente alle frazioni algebriche.

- 33 $x - 2y + 3xy$ raccogliere $(+x)$.



- 34 $2x^2 - xy^2 + 4x^3y^3$ raccogliere $(-2xy)$.
- 35 $5x^3 + y^3 + 10x^6$ raccogliere $5x^3$.
- 36 $a^n + a^{n+1}b + a^{n+2}b^2$, con $n \in N$ raccogliere $a^n b$.

Completare le seguenti uguaglianze:

- 37 $3a + 6b = \dots(a + 2b)$.
- 38 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}xy = \frac{1}{2}x\left(\dots - \frac{1}{2}y\right)$.
- 39 $2x^2y + 4xy^2 + 6xy = \dots(x + 2y + 3)$.
- 40 $10x^4 + 5x^2 + 15x^5 = \dots(2x^2 + \dots)$.
- 41 $ab + 2a = \dots$.

Calcolare:

- 42 $[5ab^2(2a^2 - 3b) + 5a^3b^2] : (-15ab^2) + (-a)^2$ [b]
- 43 $2x^3 - \left\{-\frac{9}{2}x^2[(x^2y^3 - 3x^2y^4 + x^3y^2) : (-3xy)^2] + \frac{x^2}{2}(y - 3y^2)\right\}$ [$\frac{5}{2}x^3$]
- 44 $(x^ny^2 + 2x^{n+2} + 2x^{n+1}y) : (-2x^{n-1}) + (-x)^2(x + y)$, con $n \geq 1$ e $n \in N$. [$-\frac{1}{2}xy^2$]

Moltiplicazione di polinomi

Calcolare i seguenti prodotti e ridurre i termini simili:

- 1 $(x - 3)(x - 2); (5 - y)(y + 7)$.
- 2 $(a + 2)(a + 8); (x - 3)(2 - x)$.
- 3 $(3a + 2b)(a - 3b); (3x - y)(2x - 5y)$.
- 4 $(1 + x)(x^2 - 4); (x^2 + x + 1)(3x - 1)$.
- 5 $(2a - 3b + 8)(2a + b); (3a^2 + 2a + 4)(a^2 - 1)$.

- 6 $(x^3 - 5x^2 + 4x - 6)(2x + 3)$.
- 7 $(x^3 + x^2y - 4y^2)(y - x^2)$.
- 8 $(1 + 3a + 8a^2 - a^3)(3a - 1)$.
- 9 $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}xy + \frac{1}{3}y^2\right)(6x^2 - 9xy + 6y^2)$.
- 10 $(x^2 - 1 + 3x)(2 - x)$.
- 11 $(3a^2b - 2ab^2 + b^3)(2a + 5b)$.
- 12 $\left(\frac{1}{3}a^4 - \frac{2}{3}a^3 + \frac{1}{5}a^2 - a + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{15}{2}a^2 - 1\right)$.
- 13 $(a^3 + a^2 - 4a + 1)(3a^2 - a + 4)$.
- 14 $(2 + x - x^2 + 3x^3)(x^2 + 7x - 1)$.
- 15 $\left(-\frac{1}{5}b^3 + 3ab^2 - 2a^2b + \frac{1}{4}a^3\right)\left(\frac{5}{3}b^2 + 4 - \frac{b}{4}\right)$.
- 16 $(2 + 3a + 4a^2 - 25a^3)(-2a^2 + 3a - 1)$.
- 17 $(4x^2m - 5xm^2 - 4x^3 + 3m^3)(2x - 3m)$.
- 18 $(-4x^4 + 2x^2 - 7xy + y^2)(-xy + 3y^3)$.
- 19 $(a^2 - a + 2)(3a^2 - 5a - 1)$.
- 20 $\left(m^2 - \frac{3}{4}m^3 + 2m^2n\right)(-4m + 2n^2 - 1)$.

Verificare i risultati delle seguenti moltiplicazioni eseguendole anche come prodotti di polinomi ordinati rispetto ad una stessa lettera:

- 21 $(x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 5x - 1)(x^3 - 2x^2 + x + 1)$.
- 22 $(x^2 + x - 8)(3x^2 - 5x + 1)$.
- 23 $(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1)(a^2 - 2a - 4)$.

- 24 $(x^3 + 5x^2 + 4x + 1)(2x^3 - x^2 + 7x - 1)$.
- 25 $(a^4 + a^3 - 4a^2 - 7a + 1)(-a^3 + 5a^2 + a - 1)$.
- 26 $\left(a^3 - \frac{1}{2}a^2x + \frac{2}{3}ax^2 - 6x^3\right)(2a^2 + 6ax - 3x^2)$.
- Calcolare:
- 27 $(3a^2 - 4a + 5)(2a - 3) + 5a^2(-3a + 1)$.
- 28 $(3a - 4)(2a + 5) + (3a - 2)(2a + 1)$.
- 29 $(x - 1)(x^2 - 3x + 2) - (x^2 - 5x + 2)(3x - 2)$.
- 30 $[3x^2 - (7x + 5x^2 - 8) + 15x]\left(-\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}\right)$.
- 31 $[3x^3 - 5x^2y + xy^2 - (x^3 + x^2y) - y^3](xy - y^2)$.
- 32 $[3x^2 + (4x - 1)(x + 1)](2x + 3)$.
- 33 $[x(x - 3) - 1][x^2 - 5(x + 1)] + 3x(x^3 - 5)$.
- 34 $[3a^2b - 2a^3 + (ab^2 - 7a^2b) - (2a^3 - 4ab^2)](-2a + 3a^3)$.
- 35 $\left[a^3 - 2a^2 - \left(\frac{1}{2}a^3 + 4a^2 - \frac{3}{4}a\right)\right]\left[a^2 - \left(-\frac{1}{3}a + 2\right)\right]$.
- 36 $[-2x(x - 2y) + (2x - y)(2 - 3x)]\left[\frac{1}{3}y(x - y) - \frac{4}{3}xy\right]$.
- 37 $[3x(x + 2y) - 3y(x - 4y)][(3x + y)(2x - y) - 4x^2]$.
- 38 $(3 - x)[-(2x + 1)(x - 2) + (2 + x)(x - 1)] + 3x^3$.
- 39 $[-x^3 + 4(x^2 - 1) - (-2y)^2][(3x - 1)(x + 2) - 2x\left(x + \frac{5}{2}\right)]$.
- 40 $[x(x - 3) - 1][x^2 - 5(x + 1)]$.

Essendo $n, m \in \mathbb{N}$, calcolare:

41 $(x^{2n-3})^{n-1}; (x^{n-2m})^{m+n}; [(x^{-1+n})^{-2}]^{n-3}.$

42 $\frac{(a^{6n-1})^{2n-3} : (a^{2n-3})^2}{(a^n)^{2n-3}}.$ [$a^{10n^2-21n+9}$]

43 $\frac{(a^{x+y})^{2x-3y} : (a^{2x-y})^{x+y}}{(a^{x-y})^{2x-y}}, (x, y \in \mathbb{N}).$ [$a^{-2x^2+xy-3y^2}$]

44 $\left\{ \frac{(a^{2n-1})^{-2} \cdot (a^{3+n})^2 : a^{n-2}}{[(a^{-n})^{-2}]^{-1} : a^{n-8}} + \frac{(a^{n-3})^{n-2}}{(a^n)^{n-5} \cdot a^4} + \frac{a^{n+4}}{a^{2+n}} \right\}^3.$ [$27a^6$]

45 Verificare che il valore dell'espressione $\left\{ \frac{(a^{-2})^{n+3} \cdot (a^2)^{n+3} : a^{3n-10}}{[(a^{-1})^{-n}]^{-2} : a^{n-8}} + \frac{(a^{n-2})^{n-3} \cdot a^{-4}}{(a^{n-5})^n} + \frac{a^{7+n}}{a^{n+5}} \right\}^2$

non dipende da n .

Calcolare i seguenti prodotti di più fattori:

46 $5x(x-1)(x+2); 3x(7+2x)(6x-5).$

47 $(1-a)(3a-1)(2a+1); (a-1)(a+2)(-2a).$

48 $(3x+4)(2x+1)(3-x).$

49 $(a^2-2ab+2b^2)(a-2b)(3b+a).$

50 $(2a-1)(a+3)(4-a)(-1+a).$

51 $\left(\frac{2}{3}x+y\right)\left(3x-\frac{1}{2}y\right)(4x-6y+1).$

52 $5x(x+2)(2x^2-3x-2)(1-x).$

53 $(x+1)(2x-1)(x^2+1)(4x^3-x^4).$

54 $(1+x^3)(-x^2-x+1)(x^4-2x^3-1).$

Semplificare le seguenti espressioni:

55 $(a-3)(a+2) - (a-1)(a+3) - 2(a^2-9).$

56 $3(2x+1)(3x-1) - (6x+1)(3x+4) - 5(4x-1) + (-2x)^2.$

57 $2(x-3)(3+x) - 3x(1+x) - (2x+5)(x+5) - (x-1)(-2).$

58 $[3x(x-y) + (x-y)(2x+y)](x+3y).$

59 $\left[\frac{1}{3}a^2(a-b) - \frac{1}{4}a(a^2-2ab) \right] \left(-\frac{3}{4}ab \right) - \left(b^2 - \frac{ab}{3} \right) (a^3 - a^2b).$

60 $(3+x)(1-x)(a+2) + (2x^2-4x+2)(3+a).$

61 $(a^2+2b^2-1)(3a+1)(2b-3) - (3ab+2b-5a)(2a-b)(a+b).$

62 $[x^2-2x(y-2z) + x(x-2y)](2y-1) - 2x(y-1)(x-3y+z).$

63 $\left(\frac{1}{2}a-1 \right) (3-2a) \left[2a^2-3\left(a-\frac{1}{3}\right) \right] - (4a^2-3)(a^2+a-1).$

64 $\left(x-\frac{2}{3}y\right) \left[y^2 - \frac{1}{2}x(x-2y) \right] - 3x \left[\left(-\frac{1}{3}y\right)(3x-6y) + 5xy \right].$

65 Essendo $A=2x+3y; B=x^2+xy; C=x-2y$, calcolare $2 \cdot A \cdot B - B \cdot C$.

66 Avendo posto $-2x=A; 3x^2-7x+1=B; 4-x^2=C$, calcolare $2AB+3AC+BC$.

67 Calcolare $2AB-4BC+AC$, essendo $A=x+y+1; B=-4y; C=2x+3y$.

68 Ponendo $A=x^2-3x+1; B=x^2-1; C=x^4-x^3+2$, calcolare $A \cdot B + C; 4C-2A \cdot B$.

69 Essendo $A=-3a; B=a^2-2a+5; C=4-a^2$, calcolare $2A \cdot B - A \cdot C; A(B-C); A \cdot B \cdot C; AC+AB-BC$.

70 Calcolare le seguenti espressioni:

$A = (3x^n - 2y^n)(x^n + 2y^n) - (3x^n + y^n)(x^n - 2y^n) - 3y^n(3x^n - y^n)$

$B = \left[\left(-\frac{1}{2}a^{6n}x^{4n} \right)^2 : \left(-\frac{1}{2}a^{2n}x^n \right)^3 + 2a^{2n}x^{3n} \cdot (-a^{4n}x^{2n}) \right]^2 : (-4a^{6n}x^{5n})^2$

e verificare che $A : B = y^{2n}$.

71 Calcolare le seguenti espressioni:

$$A = (3a^n - b^n)(2a^n - 3b^n) - (5a^n - 2b^n)(a^n - 4b^n) - b^n(11a^n - 5b^n)$$

$$B = \left[\frac{1}{3} a^{4n} b^n y^{3n} : \left(\frac{6}{5} a^n b^n y^n \right) - \left(\frac{1}{3} a^{3n} y^{2n} \right)^2 : (a^{3n} y^{2n}) \right] : \left(-\frac{1}{3} a^n y^n \right)^2$$

e verificare che $A - B^2 = -\frac{5}{4} a^{2n}$.

Prodotti notevoli

1 $(a+3b)^2$; $(2a+b)^2$; $(a+2)^2$.

2 $(3x-4y)^2$; $(x+3y)^2$; $(2x-3y)^2$.

3 $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b\right)^2$; $\left(a - \frac{2}{3}\right)^2$; $\left(3x - \frac{2}{3}y\right)^2$.

4 $(a^2+1)^2$; $(2a^3-1)^2$; $(a^3-b^2)^2$.

5 $\left(\frac{3}{5}x^2+y\right)^2$; $\left(-\frac{1}{3}xy^3-2y\right)^2$; $(3x^3-2x^2)^2$.

6 $(0,1x-2xy)^2$; $(1-x^3)^2$; $(0,2-x^2)^2$.

7 $(x^5+x^3)^2$; $(2-x^4)^2$; $(1-x^6)^2$.

8 $\left(-\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right)^2$; $\left(x^3 - \frac{4}{3}x\right)^2$; $\left(-x^3 + \frac{1}{2}x^2\right)^2$.

9 $(a^m-b)^2$; $(2a^2b-b^n)^2$; $\left(\frac{1}{2}-a^{2n}\right)^2$.

10 $(0,3a^3-b^5)^2$; $(3x^3-5y^2)^2$; $\left(\frac{1}{3}-3a^2\right)^2$.

11 $(0,01x^4-0,3)^2$; $(0,02x^3-x^5)^2$; $(1-3x^3)^2$.

12 $(x^a-y^a)^2$; $(2^n x-3^n x^2)^2$; $(a^m+ma)^2$.

13 $(3^n x^m-1)^2$; $(3^m x^n+1)^2$; $(3^n-x^m)^2$.

14 $\left(-\frac{7}{2}a^3 - \frac{1}{14}ab^2\right)^2$; $\left(-\frac{3}{4}xy + xy^5\right)^2$; $\left(-\frac{1}{3}ab^3 - a^3b\right)^2$.

15 $(a^{2n}-b^2)^2$; $(na^n-mb^m)^2$; $(2a^{nm}-1)^2$.

16 $(a^{2n}-a^{n+1})^2$; $(na^2-b^n)^2$; $(a+nb^n)^2$.

17 $(2x^a-3x^{a+1})^2$; $(x^{a-1}+x^{a+1})^2$; $(1-x^{2a})^2$.

18 $(a^n+2a^m)^2$; $(a^{n-2}+3)^2$; $(x^{n-1}-1)^2$.

19 $(a^{m-1}+2a^{m-3})^2$; $(2-a^{n-5})^2$; $(a^m-2a^{2-m})^2$.

20 $\left(x^{n+m-1} + \frac{1}{2}x^{n-m}\right)^2$; $\left(\frac{3}{4}x^{2n} - \frac{2}{3}x^{1-2n}\right)^2$.

21 $(2^{10}+2^{11})^2$; $(2^6-2^7)^2$.

$[2^{20}+2^{23}; 2^{12}]$

Aggiungendo un opportuno monomio, trasformare le seguenti scritture nel quadrato di un binomio:

22 $a^2 - 2ab + \dots$

23 $x^2 - \dots + 16$.

24 $\frac{1}{4}x^4 + 4y^2 + \dots$

25 $0,25x^6 + 2x^3y + \dots$

26 $16y^2 - 8xy + \dots$

Completare le seguenti uguaglianze:

27 $(a-2b)^2 = a^2 + 4b^2 \dots$

28 $\left(\frac{1}{2}x - \dots\right)^2 = \dots - 2xy + 4y^2$.

29 $(\dots - 2a^3b)^2 = a^8 + 4a^6b^2 \dots$

30 $(2x^3y + \dots)^2 = \dots + \frac{1}{4}x^2 + 2x^4y$.

31 $(-3a^2xy \dots)^2 = 3a^2x^3y + \frac{1}{4}x^4 \dots$

Calcolare e poi ridurre i termini simili:

$$32 \quad (1+x)^2 - (1-x)^2 + 4x. \quad [8x]$$

$$33 \quad (2a^2+b)^2 - 2(-2a^2)^2 - 8\left(\frac{1}{2}b\right)^2 + (2a^2-b)^2. \quad [0]$$

$$34 \quad x^4 - \frac{1}{2}(x^2-1)^2 + 1 - \frac{1}{2}(x^2+1)^2. \quad [0]$$

$$35 \quad \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 + \left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}-3\right)^2. \quad \left[x^2+5x-\frac{23}{4}\right]$$

$$36 \quad (-2a^3b^2+a^4b)^2 : (-a^2)^3 + (2b^2-ab)^2. \quad [0]$$

$$37 \quad [(2a^2b+5a)^2 - (3a^2+ab)^2] : \left(-\frac{3}{2}a\right)^2.$$

$$38 \quad [(2x-y)^2 + (2x+y)^2 - 3(y-x)^2]^2 : \left(-\frac{1}{2}x^2\right).$$

$$39 \quad (x-1)(x-3)+1-(x-2)^2. \quad [0]$$

$$40 \quad (a+b)^2 - (a-2b)^2 - 3b(2a-b). \quad [0]$$

$$41 \quad a^2(2a-3)^2 - (2a^2+a)^2 + a(4a-1)^2. \quad [a]$$

$$42 \quad (x-2xy)^2 - x^2(3-y) - x(2x+4xy^2-3xy). \quad [-4x^2]$$

$$43 \quad [a^2(a-1) - a(a^2+1)]^2 - a^2(a+1)^2 + \left(-\frac{1}{2}a\right)^3. \quad \left[-\frac{1}{8}a^3\right]$$

$$44 \quad (1+2a^n)^2 - (3a^n-1)^2 - (-2a^n)^2 + 1. \quad [1+10a^n-9a^{2n}]$$

$$45 \quad (x^n-y^n)^2 - 3x^n(y^n-x^n) - (2x^n+y^n)^2. \quad [-9x^ny^n]$$

Calcolare i seguenti quadrati di polinomi:

$$46 \quad (a+b-c)^2; \quad (a-b+c)^2; \quad (a-b-c)^2.$$

$$47 \quad (a+2b+c)^2; \quad (3x-2y+3z)^2; \quad (2x-y+1)^2.$$

$$48 \quad (x^2-y+1)^2; \quad (x+3y-4)^2; \quad (2-3x+y^2)^2.$$

$$49 \quad (5x^3+7x^2+x)^2; \quad (1-3a+2a^2)^2; \quad (2x-5x^2+y)^2.$$

$$50 \quad \left(\frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{2}ab + 2b^2\right)^2; \quad (3a^2b - 2b^2 + ab)^2.$$

$$51 \quad (2+a^n+a)^2; \quad (a^a + a^{n-1} + a^{n+1})^2.$$

$$52 \quad (n+a^n+na^n)^2; \quad (a^2+a^3-a^n)^2.$$

$$53 \quad (a^{n-1}+a^n+a^2)^2; \quad (a^{n-1}+a^{3n}-1)^2.$$

$$54 \quad (2x^2+nx^n+x)^2; \quad (1-x^{n-1}+x^{n+1})^2.$$

$$55 \quad (0,1x^2+xy-0,2)^2; \quad (1,\bar{3}a^3-0,1a-1,3)^2,$$

$$56 \quad (a+2b-3c-2ab)^2; \quad (x-1+x^2-x^3)^2.$$

$$57 \quad \left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{2}{3}y^2\right)^2; \quad (a^3-x^3+y^3)^2.$$

$$58 \quad \left(2a^3x - \frac{3}{2}a^2x^2 + \frac{5}{4}ax^3 + x^4\right)^2; \quad \left(3a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}\right)^2.$$

$$59 \quad \left(+\frac{1}{5}b^4 + \frac{3}{5}a^2b^2 - \frac{5}{2}a^3b\right)^2; \quad \left(-2x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x\right)^2.$$

$$60 \quad \left(-\frac{1}{4}a^3b + \frac{1}{3}ab^3 - 2a^4 + 3\right)^2; \quad (-y^5+3y^2+5y)^2.$$

Calcolare i seguenti prodotti, ricordando che $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$:

$$61 \quad (1+x)(1-x); \quad (x+2y)(x-2y).$$

$$62 \quad (a+3b)(a-3b); \quad \left(\frac{1}{2}x+2y\right)\left(\frac{1}{2}x-2y\right).$$

$$63 \quad (2a^3+1)(2a^3-1); \quad \left(-\frac{1}{3}a^2+b\right)\left(-\frac{1}{3}a^2-b\right).$$

$$64 \quad (2x^2-3x^3)(2x^2+3x^3); \quad (a^2+3b^3)(a^2-3b^3).$$

$$65 \quad \left(1 + \frac{2}{3}x^2y^2\right)\left(1 - \frac{2}{3}x^2y^2\right); \quad (0,3a - 0,2a^2)(0,3a + 0,2a^2).$$

$$66 \quad (a^n - 2)(a^n + 2); \quad (x^{n-1} - 1)(x^{n-1} + 1).$$

$$67 \quad (x^{2n-3} - y^m)(x^{2n-3} + y^m); \quad (2a^m - b^{3n})(2a^m + b^{3n}).$$

$$68 \quad \left(\frac{4}{3}a^2b^3x - \frac{1}{3}a^4\right)\left(\frac{4}{3}a^2b^3x + \frac{1}{3}a^4\right); \quad \left(1 - \frac{5}{3}x^5\right)\left(1 + \frac{5}{3}x^5\right).$$

$$69 \quad \left(2m^2n - \frac{1}{2}m^3\right)\left(2m^2n + \frac{1}{2}m^3\right); \quad (-b^3 + x)(b^3 + x).$$

$$70 \quad \left(x^5 - \frac{1}{5}\right)\left(x^5 + \frac{1}{5}\right); \quad \left(-\frac{x^2}{4} - y\right)\left(-\frac{x^2}{4} + y\right).$$

$$71 \quad (x^n + 2)(x^n - 2); \quad (1 - a^n b^m)(1 + a^n b^m).$$

$$72 \quad \left(\frac{a^2}{2} - \frac{b^3}{3}\right)\left(\frac{a^2}{2} + \frac{b^3}{3}\right); \quad (0,1 + a^4b)(0,1 - a^4b).$$

$$73 \quad [0,(1)x^2 + y^4][0,(1)x^2 - y^4]; \quad (1 - a^{2n})(1 + a^{2n}).$$

$$74 \quad (a^{n-1} + a^{n+1})(a^{n-1} - a^{n+1}); \quad (-1 + a^m)(1 + a^m).$$

$$75 \quad (-x - y)(-x + y); \quad (-x^2 - y^2)(x^2 - y^2).$$

$$76 \quad (+x^2y^3 + x^3y^2)(-x^2y^3 + x^3y^2); \quad (0,2 + 2x^2)(0,2 - 2x^2).$$

Completare, se possibile, le seguenti uguaglianze:

$$77 \quad (a - 2b)(a + \dots) = a^2 - 4b^2. \quad 79 \quad \left(\frac{1}{2}a + 3b\right)\left(-\frac{1}{2}a + 3b\right) = 9b^2 \dots$$

$$78 \quad (2a + 1)(2a \dots) = 4a^2 - 3. \quad 80 \quad (-3x - y)(\dots) = 9x^2 - y^2.$$

Calcolare:

$$81 \quad (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4).$$

$$82 \quad (x^2 + 2)(x^2 - 2)(x^4 + 4)(x^8 + 16).$$

$$83 \quad \left(-\frac{1}{3}x - 2\right)\left(\frac{1}{3}x - 2\right)\left(\frac{1}{9}x^2 + 4\right).$$

$$84 \quad [(a - b)(a + b)]^2; \quad [(x - 3y)(x + 3y)]^2.$$

$$85 \quad [(x^3 - 3ax^2)(x^3 + 3ax^2)]^2; \quad \left[\left(-\frac{1}{3} - a^5\right)\left(-\frac{1}{3} + a^5\right)\right]^2.$$

$$86 \quad 3(a^2 + 2b)(a^2 - 2b) - 2(2a^2 + 3b)(2a^2 - 3b).$$

$$87 \quad (0,2x - y^3)(0,2x + y^3) - (0,1x + 3y^3)(0,1x - 3y^3).$$

$$88 \quad (2ab + 3a^2b^3)(2ab - 3a^2b^3) : (-3ab^2).$$

$$89 \quad (3a^3b^2 - 6a^4b^3) : (-3a^3b^2) \cdot (1 + 2ab).$$

$$90 \quad (1 - 3x^2) \cdot [(4x^3 + 12x^5) : (-4x^3)].$$

$$91 \quad [(x - 3xy)(x + 3xy)(x^2 - 1)(x^2 + 1) - 9x^2y^2] : (-x^2).$$

$$92 \quad [(3a^2 + 5ab)(3a^2 - 5ab) - 8a^3b] : (-3a^2).$$

$$93 \quad [(a^n - 1)(a^n + 1)]^2 - (a^{2n} + 2)^2 + 3(2a^{2n} + 1).$$

$$94 \quad (3 - x^n)(1 - x^n) - (2 - x^n)^2 + (1 - x^n)(1 + x^n).$$

[0]

$[-x^{2n}]$

Verificare le seguenti uguaglianze:

$$95 \quad (2^{16} + 2^{17})^2 = 9 \cdot 2^{32}.$$

$$96 \quad (2^{18} + 2^{17})^2 = 9 \cdot 2^{34}.$$

$$97 \quad (2^5 + 2^4)^2 + (2^4 - 2^3)^2 - (2^5 - 2^3)(2^5 + 2^3) = 11 \cdot 2^7.$$

Calcolare nel modo più breve:

$$98 \quad [a + (b - c)][a - (b - c)]; \quad (a^2 - 3c)(a^2 + 3c).$$

$$99 \quad [(x + y) + 4][(x + y) - 4]; \quad [x + (x^2 - 1)][x - (x^2 - 1)].$$

$$100 \quad [x^2 + (y^2 - z)][x^2 - (y^2 - z)]; \quad (x^2 + y^2 - z)(x^2 + y^2 + z).$$

$$101 \quad [(3x + y) - z][(3x + y) + z]; \quad (x + y - 2z)(x + y + 2z).$$

$$102 \quad (x^2 + 3xy - z^2)(x^2 - 3xy - z^2); \quad (x^2 + 3xy + z^2)(x^2 + 3xy - z^2).$$

$$103 \quad (x^2 + 3xy - z^2)(x^2 - 3xy + z^2); \quad (x^2 + 3xy + z^2)(x^2 - 3xy - z^2).$$

$$104 \quad (a - 2b + ab)(a - 2b - ab); \quad (a - 2b - ab)(a + 2b + ab).$$

$$105 \quad (a^2 - 1 + b^2)(a^2 + 1 - b^2); \quad (a^2 + b^2 - ab)(b^2 - a^2 + ab).$$

$$106 \quad (2a + b + 3x + y)(2a + b - 3x - y).$$

$$107 \quad (a - b + 3x + y)(a + b + 3x - y).$$

$$108 \quad (a - b + 3x + y)(a + b - 3x - y).$$

$$109 \quad (a^3 + a^2 + 2a - 1)(a^3 - 1 - a^2 - 2a).$$

$$110 \quad (a^3 + a^2 + 2a - 1)(a^3 - a^2 + 2a + 1).$$

$$111 \quad (a^3 + a^2 - 2a - 1)(a^3 + a^2 + 2a + 1).$$

$$112 \quad (0,2x^3 + 4x^2y - y^3)(0,2x^3 - 4x^2y + y^3).$$

$$113 \quad \left(\frac{1}{3}a^3 + 3a^2 + a + 1\right)\left(\frac{1}{3}a^3 - a - 1 + 3a^2\right).$$

$$114 \quad \left(\frac{1}{3}a^3 - a - 3a^2 - 1\right)\left(\frac{1}{3}a^3 + 3a^2 + a + 1\right).$$

$$115 \quad (5x^2 - 2xy + 3y^2)(-5x^2 - 2xy - 3y^2).$$

$$116 \quad (a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 3ab)(a^2 - 2b^2 - 3c^2 - 3ab).$$

$$117 \quad (a^2 - 2x^2 - 3y^2 + 2ab)(a^2 - 2x^2 + 3y^2 - 2ab).$$

Semplificare le seguenti espressioni:

$$118 \quad (2a - 5b)(2a + 5b) + (a - 3b)^2 + (a + 4b)(-a + 4b).$$

$$[4a^2 - 6ab]$$

$$119 \quad (a^2 - 1)(1 + a^2) - (a^2 - 2)^2 + [(a + 1)(a - 1)]^2 - (a^2 - 2)(a^2 + 2).$$

$$[2a^2]$$

$$120 \quad a^2(x - 1)^2 + (ax + 3)(3 - ax) + 2x\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 - (a - 3)^2.$$

$$\left[\frac{9}{2}x - 6ax + 6a\right]$$

$$121 \quad 9x^2\left(\frac{1}{3}y - x^2\right)\left(\frac{1}{3}y + x^2\right) + (3x^3 + 2xy)^2 - 5(-xy)^2.$$

$$[12x^4y]$$

$$122 \quad [x^4(3x + 4)^2 : (-2x)^3 + 2x] : (-3x)^2 - x\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{3}.$$

$$[0]$$

$$123 \quad 3y(x - y)^2 + (x + y)(x - y)(2x - y) - (x - 2y)(x + 2y)(2x - y).$$

$$[3x^2y]$$

$$124 \quad \left[(a^8 - a^{12} - a^{16}) : \left(-\frac{1}{2}a^8\right) + 2\right]^2 : [-2(-a)^4]^2 - (-a^2)^2(a^4 + 2).$$

$$[1]$$

$$125 \quad [a(a - b) - b(b - a)]^2 - 2(a - b)^2(a + b)^2 + a^2(a^2 - 2b^2).$$

$$[-b^4]$$

$$126 \quad (2a + b - 1)^2 - (2a - b - 1)^2 - 4b(2a - 1).$$

$$[0]$$

$$127 \quad \left\{\left[\left(x^3 - 2xy^2 + \frac{5}{2}x^2y\right) : (-x) + \left(y - \frac{5}{2}x\right)(-y)\right]^2 - (-y)^4\right\} : \left(-\frac{1}{2}x\right)^2.$$

$$[4x^2 - 8y^2]$$

$$128 \quad (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) - x^2(x^2 + 1).$$

$$[1]$$

$$129 \quad \left\{(3x^2 + xy - xz)(3x^2 - xy - xz) : (3x^2) + \frac{1}{3}(y - z)(y + z)\right\} : (-x).$$

$$[2z - 3x]$$

$$130 \quad [(3a - 2b)^2 - (2b + 9a^2)^2 + 12ab] : [(3a - 2b)(3a + 2b) + 4b^2].$$

$$[1 - 4b - 9a^2]$$

$$131 \quad \left[(2x^2 - x + xy)(2x^2 + x - xy) : (-2x^2) + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] : (-y) + \frac{1}{2}y.$$

$$[1]$$

$$132 \quad (4a^2 + b^2)^2 - [(-2a + b)(2a + b)]^2 - (-4ab - 1)(-4ab + 1).$$

$$[1]$$

$$133 \quad (2a + 3b - x)(2a - 3b + x) - 4(a + 2b)^2 + 2(x - 2b)^2 - (+x - b)^2.$$

$$[-18b^2 - 16ab]$$

Applicazioni numeriche

- 134** Le relazioni fondamentali, ora considerate come *prodotti notevoli*, valgono anche per poter compiere mentalmente alcune operazioni, come può osservarsi con i seguenti esempi.

$$1^\circ) 29 \times 31 = (30 - 1)(30 + 1) = 30^2 - 1 = 900 - 1 = 899.$$

$$2^\circ) 19^2 = (20 - 1)^2 = 400 + 1 - 40 = 361.$$

$$3^\circ) 71^2 = (70 + 1)^2 = 4900 + 140 + 1 = 5041.$$

$$4^\circ) 54 \cdot 48 = (51 + 3)(51 - 3) = 51^2 - 9 = (50 + 1)^2 - 9 = 2500 + 100 + 1 - 9 = 2592.$$

$$5^\circ) 65^2 = (60 + 5)^2 = 3600 + 600 + 25 = 4225.$$

Applicando opportunamente i prodotti notevoli, come nei cinque esempi dell'esercizio n. 134 calcolare:

135 $49 \cdot 51$; $38 \cdot 42$; $75 \cdot 85$; $33 \cdot 27$.

136 41^2 ; 52^2 ; 39^2 ; 78^2 ; 55^2 ; 45^2 .

137 $48 \cdot 52$; $28 \cdot 32$; $67 \cdot 73$; $67 \cdot 63$.

138 $58 \cdot 64$; $56 \cdot 48$; $33 \cdot 37$; $37 \cdot 43$.

139 $45 \cdot 39$; $41 \cdot 39$; $47 \cdot 49$; $101 \cdot 99$.

Calcolare i seguenti cubi di binomi:

140 $(x + 2y)^3$; $(2x + y)^3$; $(x - 2y)^3$.

141 $(2x - a)^3$; $(1 - x)^3$; $(2x - 1)^3$.

142 $(x + 3y)^3$; $(x^2 - 1)^3$; $(1 + x^2)^3$.

143 $(2x - y)^3$; $(x - 3y)^3$; $(x^2 + 3)^3$.

144 $\left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^3$; $\left(3x + \frac{1}{3}y\right)^3$; $(2x + 3y)^3$.

145 $(2x - 0,2)^3$; $\left(2x^2 - \frac{2}{3}xy\right)^3$; $(-x + y^2)^3$.

146 $(2a - a^2b)^3$; $(a^2b + ab^2)^3$; $(2a^2 - a)^3$.

147 $(a^n + a)^3$; $(a^{2n} - a^3)^3$; $(1 - x^m)^3$.

148 $(a^{n-1} + 2a^n)^3$; $(a^{2n-3} - 3a^{n-1})^3$; $(-x^n + x^{2n})^3$.

149 $(ab^2 - a^3b)^3$; $\left(2a - \frac{1}{2}a^3\right)^3$; $(1 - a^4)^3$.

150 $(-x^2 - 0,1xy^2)^3$; $(-x^3 - 2x^2y)^3$; $(3a^2b - 6ab^2)^3$.

151 $(2a^2bc^2 - ab^3c)^3$; $(3x^3 - xy^2)^3$; $\left(\frac{1}{2}a^3b^2 - 2ab^2c^3\right)^3$.

152 $[(ax^3 - x^2)(ax^3 + x^2)]^3$; $[(1 - x^3)(1 + x^3)]^3$.

153 $\left[\left(a - \frac{1}{3}b\right)\left(a + \frac{1}{3}b\right)\right]^3$; $\left[\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2}y^3\right)\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}y^3\right)\right]^3$.

Aggiungendo un opportuno monomio, trasformare i seguenti polinomi nel cubo di un binomio:

154 $8a^3 + 12a^2 + 1 \dots$

157 $8a^3 + 12a^2b + b^3 \dots$

155 $8x^3 - \frac{1}{27}y^3 + \frac{2}{3}xy^2 \dots$

158 $a^3b^3 + 3a^2b^2 + 3ab + \dots$

156 $\dots - 15a^2b + 75ab^2 - 125b^3$

159 $x^{6n} + 3x^{4n}y^m + 3x^{2n}y^{2m} + \dots$

- 160** Verificare la seguente uguaglianza

$$(3^9 + 3^{10})^3 = 64 \cdot 3^{27}.$$

- 161** Semplificare l'espressione

$$A = \frac{(x^{5n-1} : x^{-3n-1}) : x^{-n-3}}{x^{8n+2}} - \frac{1}{3}x^{n+1} + \frac{1}{2} \frac{x^{-n+3}}{x^{-n}} - \frac{x^{3+n^2}}{(x^n)^n}$$

e poi calcolare:

$$B = A^3 + A^2 - \frac{8}{27}(x^3)^{n+1} - \frac{4}{9}(x^{n+1})^2 - 4^{-1}x^6 + \frac{1}{8x^{-9}}.$$

$$\left[B = \frac{1}{2}x^{n+7} - \frac{2}{3}x^{2n+5} - \frac{2}{3}x^{n+4}\right]$$

Calcolare:

$$162 \quad [(1+x^3)^3]^2; \quad \left[\left(\frac{1}{2}x - x^2\right)^3\right]^2.$$

$$163 \quad [(a^3b^5 - ab^4)(a^3b^5 + ab^4)]^3; \quad \left[\left(2a - \frac{1}{2}\right)^3\right]^2.$$

$$164 \quad (a^3 - 1)^3(a^3 + 1)^3; \quad (x^2 + 1)^3(x^2 - 1)^3.$$

$$165 \quad \left(\frac{1}{2}x^2y^2 - 1\right)^3\left(\frac{1}{2}x^2y^2 + 1\right)^3; \quad [(x^4y^3 - 1)^3]^2.$$

Calcolare:

$$166 \quad (a - b + 2c)^3; \quad (x + y - z)^3.$$

$$167 \quad (-1 + x - y)^3; \quad (x - 2y + 1)^3.$$

$$168 \quad (-x^2 - x - 1)^3; \quad (2a^3 + a^2 - a)^3.$$

Ridurre le seguenti espressioni:

$$169 \quad (x - a)^3 - (2x + a)^3 + (2a - x)^3.$$

$$170 \quad (a - 3b)^3 + (2a + 3b)^3 + (a - 2b)(a^2 + b^2).$$

$$171 \quad (2a + 3y)^3 - (2a - 3y)^3 - 54y^3.$$

$$172 \quad (a + 3)^3 + 2(a^2 + 3)(a - 3) + (a - 3)^2.$$

$$173 \quad \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^3 - (2x^2 - 1)^3 - (x - 2)^3(x + 2)^3.$$

$$174 \quad [(a - 2b + c)(a + 2b - c)]^3.$$

Eseguire le seguenti potenze di binomi:

$$175 \quad (x - y)^4; \quad (x + y)^4; \quad (x - a)^5; \quad (x + a)^5.$$

$$176 \quad (a + b)^6; \quad (x - a)^6; \quad (1 - a)^6; \quad (a + 1)^6.$$

$$177 \quad (2x + 1)^5; \quad (x - 3)^4; \quad (2x + 1)^6; \quad (x^2 - 1)^4.$$

$$178 \quad \left(\frac{2}{3}a + b\right)^4; \quad \left(\frac{1}{2}a + b\right)^5; \quad \left(a - \frac{1}{2}b\right)^4; \quad \left(2 - \frac{1}{2}a\right)^5.$$

$$179 \quad (a^2 + a)^4; \quad (-a^2 + 3)^5; \quad (a^3 + 3)^4; \quad \left(1 - \frac{1}{3}a^2\right)^5.$$

$$180 \quad (x - y)^7; \quad (a^3 - x)^6; \quad (a - y^2)^7; \quad (x^2 + y)^8.$$

$$181 \quad (3x^3 + 2y^2)^4; \quad \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a^3\right)^5; \quad (a - b)^9; \quad (x - y^2)^8.$$

$$182 \quad (a^2 - 1)^8; \quad (a + x)^7; \quad (2a + 1)^5; \quad (x^2 + y^2)^6.$$

Ridurre le seguenti espressioni:

$$183 \quad (2x^2 + 1)^4 - (2x^2 - 1)^4.$$

$$184 \quad \frac{1}{2}(x^2 - 2)^5 - 3\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right)^5 + (2x^2 - 1)^5.$$

$$185 \quad [(2a - x)(2a + x)]^4 - (a^2 + 3x^2)^4.$$

$$186 \quad \left(2x^2 - \frac{1}{2}\right)^5 - [(x - 1)(x + 1)]^5.$$

$$187 \quad (x - 1)^4(x + 1) - (2x - 1)^5.$$

$$188 \quad \left(\frac{1}{3}a^2 - 1\right)^4 - \left(a^2 - \frac{1}{2}\right)^4 + [(a + 1)(-a + 1)]^4.$$

$$189 \quad (a^3 + b^2)^5 - (2a^3 - b^2)^5 + (-a^3 + b^2)^5.$$

Semplificare le seguenti espressioni:

$$190 \quad (2 + a - b)(2 - a + b) + (a - b)^2.$$

$$191 \quad (x + y + z)^2 + (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2.$$

$$192 \quad (a - 2b)^2(a + 2b)^2 - (a^2 - ab - b^2)(a^2 - ab + b^2) + (-3ab)^2.$$

[4]

[3x^2 + 3y^2 + 3z^2]

[17b^4 + 2a^3b]

- 193 $4(a+b)^2 + (-2a+b)^2 - (a+2b)^2 - b^2$. [7a²]
- 194 $(x+2y)^3 - (x-2y)^3 - 3y(-2x)^2$. [16y³]
- 195 $(x+y)^3 - (x+y)(x^2 - xy + y^2) - 3xy(x+y)$. [0]
- 196 $(a^2 - 1)(a^2 + 1)(a^2 + 2) - (a^2 - 1)^3 - (2a^2 - 1)^2$. [a⁴ - 2]
- 197 $[(2a - 3b)^2 - (2a + b)(2a - b)]^2 - 4b^2(5b - a)^2 - [-10b(a + 2b)]^2$.
[40a²b² - 600ab³ - 400b⁴]
- 198 $(a + b + c)(a + b - c) - (a - b + c)(b + c - a) + (a + b + c)^2$.
[3a² + 3b² - c² + 2ab + 2ac + 2bc]
- 199 $(-x + y + z + t)(x - y + z + t) + (x + y - z + t)(x + y + z - t)$. [4xy + 4tz]
- 200 $(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2b(a + b)^2(a - b) - a(a + b)^2(2a - 2b)$.
[-a⁴ - a³b + 6a²b² - ab³ - b⁴]
- 201 $(a - b)^3 + 3(a - b)^2(a + b) + 3(a - b)(a + b)^2 + (a + b)^3$. [8a³]
- 202 $3(x - y)^2(x + y) + 3(x + y)^2(y - x) - 6y(x + y)(-x + y)$. [0]
- 203 $[x^2 + 2(x - 1)]^2 - 4x^2(x - 1) - [2(x - 1)]^2 - (x^2 - 1)^2$. [2x² - 1]
- 204 $(a^2 - 2a)^3 + a(2a^2 + 3a)^2 - 2a^3\left(2a - \frac{1}{2}\right)^2 - a^4(a + 2)(a - 12)$. [52a⁴ + $\frac{1}{2}$ a³]
- 205 $\left\{ \left[2a^2 - \left(a - \frac{1}{2}b \right) \left(a + \frac{1}{2}b \right) \right]^2 - \frac{1}{16}b^4 \right\}^2 - \left[\frac{1}{2}a^2(2a^2 + b^2) \right]^2$. [0]
- 206 $\left(y - \frac{1}{2}x \right)^3 - \left(-\frac{1}{2}x - y \right)^3 - 6 \left[y \left(\frac{1}{2}x - y \right)^2 + x(-y)^2 \right]$. [-4y³]
- 207 $5b \left(1 + \frac{1}{4}b \right) + (b^2 + b - 1)^2 - (b + 1)^3 - b^2 \left(b + \frac{1}{2} \right)$. [b⁴ - $\frac{13}{4}$ b²]
- 208 $(a + b + c)^2 + (b + c - a)^2 + (a + c - b)^2 + (a + b - c)^2$. [4a² + 4b² + 4c²]
- 209 $\left[\left(x - \frac{1}{3}a \right) \left(x + \frac{1}{3}a \right) + \frac{10}{9}a^2 \right]^2 - 4(a^2 + 1)(x^2 - 1) - (a^2 - x^2 + 2)^2$. [0]

- 210 $(a + 1 + 3b)^2 - 2(a + 1 - 3b)(a + 1 + 3b) + (a - 3b + 1)^2$. [36b²]
- 211 $3a^2b^2 - (a^2 - 3b^2)^2 - b^2 \left(2a - \frac{1}{4}b \right)^2 + \left[\left(a - \frac{1}{2}b \right) \left(a + \frac{1}{2}b \right) \right]^2$.
[$\frac{9}{2}a^2b^2 - 9b^4 + ab^3$]
- 212 Calcolare il valore di $A^3 - 3A^2 + A^2(7 - A)$, essendo
 $A = \frac{3}{2}x^2 - 1$. [9x⁴ - 12x² + 4]
- 213 Calcolare il valore di $(A + B)^3 - (A + B)(A^2 + B^2)$
per $A = \frac{2}{3}x - 1$ e $B = \frac{1}{3}x + 1$. [$\frac{4}{9}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 2x$]
- 214 Calcolare
 $(A^2 + B^2 - 2AB)(B - A) + (A - B)^3$,
essendo $A = a + b + c$ e $B = a - b - c$. [0]
- 215 Essendo
 $f(A) = 2A^3 + A^2 - 2A(A^2 + A)$,
calcolare $f(3x^2 - 2y^3)$. [12x²y³ - 9x⁴ - 4y⁶]
- 216 Essendo
 $f(M) = 1 - M^2 + M(M - 1)$,
calcolare $f[x(x + 1)]$. [1 - x² - x]
- 217 Calcolare:
 $M^2 - 3N^3 + 3N^2(N - 1) + (-2N)^2$,
essendo $M = 2a^3 - 1$ e $N = 2a^3 + 1$. [8a⁶ + 2]
- Verificare le seguenti uguaglianze svolgendo dapprima i calcoli indicati nel primo membro e poi, se occorre, quelli indicati nel secondo.
- 218 $(a + b)^3 + (2a + b)^3 \stackrel{?}{=} (3a + 2b)[a(2a + b) + (a + b)^2]$.
- 219 $[a^3 - y(y - 2)(y + 2)]^2 - [(a - y)(a^2 + ay + y^2)]^2 \stackrel{?}{=} 8y[a^3 - y(y^2 - 2)]$.
- 220 $(a + b)^3 - 3(a + b)(a^2 - b^2) + 3(a + b)(a - b)^2 - 8b^3 \stackrel{?}{=} (a - b)^3$.
- 221 $\left[-\frac{3}{4}a^2 \left(\frac{1}{6} - a \right) : \left(-\frac{1}{2}a \right) \right]^2 + \left(3a + \frac{1}{2} \right)^2 \stackrel{?}{=} 13a^2 + (10a^4 + a^2) : [2(-a)^2]$.

$$222 \quad \left\{ \left(x - 2y + \frac{1}{2} \right) \left(x - 2y - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} + 3x^2 + \right.$$

$$\left. - [(4x - 2y)(4x + 2y) : (-2)^2] \right\} : (-y)^2 = (4x - 5y)^2.$$

$$223 \quad [(3a - 2b)^2 - (2b + 9a^2)^2 + 12ab] : [(3a - 2b)(3a + 2b) + 4b^2] = \\ = (1 - 3a)(1 + 3a) - 4b.$$

Divisione di due polinomi

Esegui le seguenti divisioni:

$$1 \quad (x^2 - 5x + 6) : (x - 2). \quad [x - 3]$$

$$2 \quad (x^3 + 2x^2 - 9x - 4) : (x + 4). \quad [x^2 - 2x - 1]$$

$$3 \quad (6x^3 - 2x^2 + 3x - 1) : (2x^2 + 1). \quad [3x - 1]$$

$$4 \quad (2x^4 + x^3 - 3x^2 + x) : (x^2 + x - 1). \quad [2x^2 - x]$$

$$5 \quad (4a^3 + 4a^2 - 19a + 6) : (2a^2 + 5a - 2). \quad [2a - 3]$$

$$6 \quad (6x^3 - 17x^2 - 20x - 4) : (2x^2 - 7x - 2). \quad [3x + 2]$$

$$7 \quad (a^5 - a^4 - 4a^3 + 2a^2 + 7a + 3) : (a^2 + 2a + 1). \quad [a^3 - 3a^2 + a + 3]$$

$$8 \quad (-4x^3 + 10x^2 - 10x + 3) : (2x^2 - 4x + 3). \quad [-2x + 1]$$

$$9 \quad (x^5 - x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x + 3) : (x^3 - 3x^2 + x + 3). \quad [x^2 + 2x + 1]$$

$$10 \quad (4x^3 + 4x^2 - 11x + 4) : (2x^2 + 3x - 4). \quad [2x - 1]$$

$$11 \quad (6x^3 - 34x^2 + 14x + 4) : (3x - 2). \quad [2x^2 - 10x - 2]$$

$$12 \quad (3x^4 + 10x^3 + 3x^2 - 8x - 3) : (x^2 + 3x + 1). \quad [3x^2 + x - 3]$$

$$13 \quad (2a^5 - a^4 - 2a^3 - 6a^2 + 3a + 4) : (a^2 - a - 1). \quad [2a^3 + a^2 + a - 4]$$

$$14 \quad (4x^4 - x^2 + 4x - 4) : (2x^2 + x - 2). \quad [2x^2 - x + 2]$$

$$15 \quad (2a^5 - 7a^4 - a^3 + 6a^2 - a + 1) : (2a^3 - 7a^2 + a - 1). \quad [a^2 - 1]$$

$$16 \quad \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} \right) : \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{2} \right). \quad [x - 3]$$

$$17 \quad \left(x^4 - \frac{19}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^2 + 4x - 2 \right) : (3x^2 - 5x + 2). \quad \left[\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 \right]$$

$$18 \quad \left(\frac{1}{16}x^8 - 4x^4 - 2x^2 - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - \frac{1}{2} \right). \quad \left[\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2} \right]$$

$$19 \quad (a^3 - 1) : (a - 1). \quad [a^2 + a + 1]$$

$$20 \quad (x^3 + 27) : (x^2 - 3x + 9). \quad [x + 3]$$

$$21 \quad (x^4 - 81) : (x^2 - 9). \quad [x^2 + 9]$$

$$22 \quad (x^4 - 81) : (x + 3). \quad [x^3 - 3x^2 + 9x - 27]$$

$$23 \quad (x^6 - 1) : (x^3 + 1). \quad [x^3 - 1]$$

$$24 \quad (x^6 - 1) : (x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1). \quad [x + 1]$$

$$25 \quad (a^6 - 1) : (a^4 + a^2 + 1). \quad [a^2 - 1]$$

$$26 \quad (x^5 - 32) : (x - 2). \quad [x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16]$$

Calcolare quoziente e resto delle seguenti divisioni tra polinomi e fare la verifica:

$$27 \quad (a^3 + a^2 + 7a - 3) : (a^2 - 2a + 1).$$

$$28 \quad (x^3 - 3x^2 + 4x - 1) : (x^2 - x + 1).$$

$$29 \quad (5x^2 + 8x - 7) : (3x + 2).$$

$$30 \quad (a^5 - a^4 + a^3 - a^2 + a - 1) : (a^3 + a + 1).$$

$$31 \quad (x^6 - 4x^4 + 3x^2 + 1) : (x^3 - x - 1).$$

$$32 \quad (2x^3 + 7x^2 - 3x + 1) : (2x + 1).$$

$$33 \quad (-4y^4 - 9y^3 + 6y - 1) : (2y - 3).$$

34 $(35m^3 + 20m^2 + 3m + 7) : (5m + 1).$

35 $(9a^4b^4 - 8a^3b^3 - 9a^2b^2 + 3ab - 1) : (ab - 3).$

Eseguire le seguenti divisioni dopo aver ordinato i due polinomi secondo le potenze decrescenti di una qualsiasi delle lettere che in essi figurano:

36 $(2a^4 - 13a^3b + 31a^2b^2 - 38ab^3 + 24b^4) : (2a^2 - 3ab + 4b^2).$ $[a^2 - 5ab + 6b^2]$

37 $(a^2 + 3x^2 + 4ax) : (a + x).$ $[a + 3x]$

38 $(2x^2 - 3ax + a^2) : (a - 2x).$ $[a - x]$

39 $(6x^4 + ax^2 - 15a^2) : (5a + 3x^2).$ $[2x^2 - 3a]$

40 $(b^3 - 4ab^2 + 5a^2b - 2a^3) : (a^2 - 2ab + b^2).$ $[b - 2a]$

41 $(3x^5 + 4x^4 + 5x - 8x^3 + 2 - 6x^2) : (3x^3 - 3x + x^2 - 1).$ $[x^2 + x - 2]$

42 $(x^5 + 3x^4y + x^3y^2 + 2xy^4 - y^5) : (x^2 + 2xy - y^2).$ $[x^3 + x^2y + y^3]$

43 $(0,3a^3 + 1,4a^2 + 0,7a + 6) : (0,3a^2 - 0,1a + 1,2).$ $[5 + a]$

44 $(2a^5 - 10a^4b + 20a^3b^2 - 24a^2b^3 + 12ab^4 - 2b^5) : (a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3).$ $[2a^2 - 6ab + 2b^2]$

45 $(3a^4 - 2a^3b + 9a^2b^2 - 2ab^3 + 6b^4) : (3a^2 - 2ab + 6b^2).$ $[a^2 + b^2]$

46 $(15x^4 + 10x^3y - 9x^2y^2 + 4y^4) : (5x^3 - 3xy^2 + 2y^3).$ $[3x + 2y]$

47 $(3a^4 + 5a^3b - 3a^2b^2 + 5ab^3 - 2b^4) : (3a^2 - ab + 2b^2).$ $[a^2 + 2ab - b^2]$

48 $(2x^5 - 3x^4y + 8x^3y^2 - 6x^2y^3 + 7xy^4 - 2y^5) : (2x^3 - x^2y + 3xy^2 - y^3).$ $[x^2 - xy + 2y^2]$

49 $(2a^4 - 7a^3y - 5a^2y^2 + 5ay^3 - 4y^4) : (2a^3 + a^2y - ay^2 + y^3).$ $[a - 4y]$

50 $\left(2x^4 - \frac{5}{2}x^3z + \frac{11}{4}x^2z^2 - xz^3\right) : (2x^2 - xz).$ $\left[x^2 - \frac{3}{4}xz + z^2\right]$

51 $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2x - 2y^3 - 3y^2 + y + 1) : (x - 2y - 1).$ $[x^2 + x - xy + y^2 + y - 1]$

52 $(x^4 + x^3 + 3x^2y - 4x^2y^2 + xy^3 - 4y^3 + 2y^4) : (x^2 + xy - 2y^2).$ $[x^2 + x - xy + 2y - y^2]$

Essendo m, n, p numeri interi positivi eseguire le seguenti divisioni:

53 $(x^{3m} - y^{3n}) : (x^m - y^n).$ $[x^{2m} + x^m y^n + y^{2n}]$

54 $(a^{2m} + 2a^m b^{2n} + b^{4n} - c^{2p}) : (a^m + b^{2n} + c^p).$ $[a^m + b^{2n} - c^p]$

55 $(a^{3m} - b^{3n}) : (a^{2m} + a^m b^n + b^{2n}).$ $[a^m - b^n]$

56 $(a^{4m} + 2a^{3m} + a^{2m}) : (a^m + 1).$ $[a^{3m} + a^{2m}]$

57 $(a^{4m} - 2a^{3m} + a^{2m}) : (a^{2m} - a^m).$ $[a^{2m} - a^m]$

58 $(x^{4m} - 16^n) : (x^m - 2^n).$ $[x^{3m} + 2^n x^{2m} + 4^n x^m + 8^n]$

59 $(x^{4m} - 16^n) : (x^{2m} + 4^n).$ $[x^{2m} - 4^n]$

60 $(a^{5m} + a^{3m} b^2 - a^{2m} b^3 + 2a^m b^4 - b^5) : (a^{2m} - a^m b + b^2).$ $[a^{3m} + a^{2m} b + a^m b^2 - b^3]$

61 $(4x^{2m} - 4x^{m+p} - x^{2n} + x^{2p}) : (2x^m + x^n - x^p).$ $[2x^m - x^n - x^p]$

Eseguire le seguenti divisioni:

62 $[2x^3 + (2a - 3b)x^2 - (2b^2 + 3ab)x + 3b^3] : (x^2 + ax - b^2).$ $[2x - 3b]$

63 $[x^4 - (a + b)^2 x^2 + 2ab(a + b)x - a^2 b^2] : [x^2 - (a + b)x + ab].$ $[x^2 + (a + b)x - ab]$

64 $[a(a - 1)x^3 + (a^3 + 2a - 2)x^2 + (3a^2 - a^3)x - a^4] : (ax^2 + 2x - a^2).$ $[(a - 1)x + a^2]$

65 $(2az^4 - (3a^2 + 4a)z^3 + (6a^2 + a + 6)z^2 - 11az + 3) : (2z^2 - 3az + 1).$ $[az^2 - 2az + 3]$

66 $[ab^4 - a(a - 1)b^3 + (3a - 2)b^2 + 2(a - 1)b - 6] : (ab^2 - 2).$ $[b^2 - (a - 1)b + 3]$

$$67 \quad [b(b-1)x^3 + (3b^2 + 2b - 2)x^2 - 2b(b-3)x - 4b] : (bx + 2). \\ [(b-1)x^2 + 3bx - 2b]$$

$$68 \quad [(1-a^2)x^3 - (5+a)x^2 + (a+6-a^2)x - 3a] : [(a-1)x + 3]. \\ [-(a+1)x^2 + 2x - a]$$

$$69 \quad [ma^5 - m(m-2)a^4 + 3a^3 + (m^2 - 4m + 6)a^2 + 3(m-1)] : (ma^2 + 3). \\ [a^3 - (m-2)a^2 + m - 1]$$

$$70 \quad [a(a-1)b^5 + (4a^2 - 2a + 1)b^4 + (3a^2 - 4a - 1)b^3 + (4-a)b^2 + \\ - 2(3a+1)b + 4] : [(a-1)b^2 + 3ab - 2]. \\ [ab^3 + (a-1)b^2 + b - 2]$$

Eeguire le seguenti divisioni ordinando i polinomi prima secondo una lettera, poi secondo l'altra. Confrontare quozienti e resti.

$$71 \quad (2a^3 - 5a^2b + 3ab^2 - b^3) : (2a^2 - 3ab + b^2).$$

$$72 \quad (2a^3 - 10a^2b + 15ab^2 - 9b^3) : (2a^2 - 4ab + 3b^2).$$

$$73 \quad (9a^3 + 3a^2b - 12ab^2 + 4b^3) : (3a^2 + 3ab - 2b^2).$$

$$74 \quad (a^3 - 3a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a^2 + 3ab - b^2).$$

$$75 \quad (x^4 + 4xy^3 - 3y^4 - 2x^2y^2) : (x^2 + y^2 - xy).$$

$$76 \quad (x^4 + x^3y - 2x^2y^2 - 2y^4) : (y^2 - 2x^2 + xy).$$

$$77 \quad (12a^5 + 2a^4x + 12a^3x^2 - 13a^2x^3 + 9ax^4 - 10x^5) : (2x^2 - ax + 3a^2). \\ [4a^3 + 2a^2x + 2ax^2 - 5x^3]$$

$$78 \quad (-y^4 - 8xy^3 - 12x^2y^2 + 9x^3y) : (3x^2 - 5xy - y^2). \\ [y(3x + y)]$$

Divisibilità di un polinomio ordinato per un binomio di 1° grado

1 Dimostrare che un polinomio $P(x)$ ordinato secondo la lettera x è divisibile per $x-1$ se la somma algebrica dei coefficienti dei suoi termini è nulla.

2 Dimostrare che un polinomio $P(x)$ ordinato secondo la lettera x è divisibile per $x+1$ se la somma algebrica dei coefficienti dei termini di grado pari rispetto ad x è uguale alla somma algebrica dei coefficienti dei termini di grado dispari.

3 Dimostrare che il polinomio $4x^4 - x^3 - 5x^2 + x + 1$ è divisibile per $x+1$, per $x-1$, e verificare con la divisione che esso è divisibile per il prodotto $x^2 - 1$.

4 Verificare che il polinomio $x^4 - x^3 - 10x^2 - 8x$, divisibile per $(x+2)$ e per $(x-4)$, è pure divisibile per il prodotto $(x+2)(x-4)$.

5 Verificare che il polinomio $3a^4 + 4a^3 - 16a^2 - 5a - 6$, divisibile per $(a-2)$ e per $(a+3)$, è pure divisibile per il prodotto $(a-2)(a+3)$.

Applicando la condizione necessaria e sufficiente perché un polinomio sia divisibile per un binomio di primo grado, constatare se i seguenti polinomi sono divisibili per i binomi indicati: nel caso che non siano divisibili, determinare il resto della divisione senza eseguire l'operazione.

$$6 \quad (x^2 + 5x - 6) : (x - 1).$$

$$7 \quad (x^2 - 8x - 9) : (x + 1).$$

$$8 \quad (4x^3 - 3x^2 + 7x - 8) : (x - 1).$$

$$9 \quad (x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 4x + 2) : (x + 1).$$

$$10 \quad (8x^3 - 7x^2 + 5x - 3) : (x + 2).$$

$$11 \quad (a^3 - 4a^2 + 8a - 1) : (a - 2).$$

$$12 \quad (x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 7x + 4) : (x + 4).$$

$$13 \quad (4x^3 - 7x^2 + x - 6) : (x - 3).$$

$$14 \quad (2y^3 - 7y^2 + 4y - 1) : (y - 1).$$

$$15 \quad (2y^3 + 7y^2 + 4y - 1) : (y + 1).$$

$$16 \quad (3x^3 - 7x + 1) : (x - 2).$$

$$17 \quad (2x^4 - x^3 + x^2 + 2x - 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right).$$

$$18 \quad (a^5 - a^3 + a^2 - 1) : (a + 1).$$

$$19 \quad (2x^4 - 7x^3 + 4x^2 + x + 6) : (x - 2).$$

$$20 \quad (2x^4 - 7x^3 + 4x^2 + x + 6) : (x + 2).$$

21 $(a^3 - a^2b + 3ab^2 - b^3) : (a + b).$

22 $(x^4y - 3x^3y^2 - 3x^2y^3 + 5xy^4) : (x + y).$

23 $(x^5 + x^4y - 3x^3y^2 - 3x^2y^3 + 5xy^4 - y^5) : (x - y).$

24 $[x^3 - (2a + 1)x^2 - x + 2a + 1] : [x - (2a + 1)].$

25 $[x^3 - (y - 2)x^2 - xy + y(y - 2)] : [x - (y - 2)].$

26 $[ax^3 - (a + 2)x^2 - ax + a + 2] : (x + 1).$

Determinare quale valore occorre assegnare alla lettera a perché ciascuno dei seguenti polinomi sia divisibile per il binomio a fianco segnato:

27 $x^3 - 2x^2 + ax - 6, \quad x - 1; \quad x^2 - 7x + a, \quad x - 4.$

28 $x^2 - ax + 2, \quad x - 2; \quad ax^3 - 5x^2 + 4x - 8, \quad x + 1.$

29 $x^3 + 2x^2 - 5x + a, \quad x + 2; \quad 4x^4 + 3x^2 + a, \quad x - 1.$

30 $4x^4 - 7x^2 + ax - 2, \quad x - 3; \quad 2x^3 - x^2 + ax - 3, \quad x + 3.$

31 $ax^3 - 4x^2 + 6x - 5, \quad x + 1; \quad 2x^4 + 7x^2 - ax - 8, \quad x + 4.$

32 $(a + 1)x^3 - (2a - 1)x^2 + 2ax - 5, \quad x + 1.$

33 $ax^4 - 2x^3 + ax^2 - x + 3, \quad x + 3.$

34 $(2a - 1)x^3 + x^2 - (2a - 1)x + 6, \quad x - 3.$

Applicando la regola di Ruffini, calcolare quoziente e resto nelle seguenti divisioni:

35 $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2).$ [x - 3]

36 $(2x^3 - 4x^2 + 7x + 5) : (x + 1).$ [Q = 2x^2 - 6x + 13; R = -8]

37 $(3y^4 + 5y^3 + 2y^2 - 3y - 3) : (y + 1).$ [3y^3 + 2y^2 - 3]

38 $(3x^4 - 4x^3 - x^2 - 2x - 8) : (x - 2).$ [3x^3 + 2x^2 + 3x + 4]

39 $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1) : (x - 2).$ [x^3 - x^2 - 1; R = -1]

40 $(4a^4 - 3a^2 + 5a - 6) : (a - 1).$ [4a^3 + 4a^2 + a + 6]

41 $(2x^3 - 3x^2 - 7x + 8) : (x - 1).$ [2x^2 - x - 8]

42 $\left(x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x + 2).$ [x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x - \frac{1}{4}]

43 $\left(2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 3\right) : (x - 1).$ [2x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x + 3]

44 $(3x^4 - 2x^3 - x^2 + x - 3) : (x + 1).$ [3x^3 - 5x^2 + 4x - 3]

45 $\left(\frac{45}{4}a^3 - \frac{35}{2}a^2 + \frac{47}{3}a - 6\right) : \left(a - \frac{2}{3}\right).$ [\frac{45}{4}a^2 - 10a + 9]

46 $(2y^4 - 5y^3 + 8y^2 - 5y + 1) : \left(y - \frac{1}{2}\right).$ [2y^3 - 4y^2 + 6y - 2]

47 $\left(x^4 + x^3 - \frac{11}{2}x^2 - \frac{9}{2}x - 18\right) : (x + 3).$ [x^3 - 2x^2 + \frac{1}{2}x - 6]

48 $\left(x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2\right)\left(x - \frac{1}{2}\right).$ [x^2 - 4]

49 $\left(x^4 - x^3 - \frac{9}{8}x - \frac{1}{4}\right) : \left(x - \frac{3}{2}\right).$ [x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x; R = -\frac{1}{4}]

50 $(3x^4 - x^3 - 3x + 1) : \left(x - \frac{1}{3}\right).$ [3x^3 - 3]

51 $(a^5 - 3a^3) : (a + 1).$ [a^4 - a^3 - 2a^2 + 2a - 2; R = +2]

52 $\left(x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}\right) : (x - 1).$ [x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; R = +1]

53 $(x^3 - 5ax^2 + 7a^2x - 2a^3) : (x - 2a).$ [x^2 - 3ax + a^2]

54 $\left(\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{7}{8}x - \frac{1}{4}\right) : (x + 2).$ [\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}]

55 $(a^4 + 2a^3b - 3a^2b^2 + 2ab^3 + 6b^4) : (a + b).$ [a^3 + a^2b - 4ab^2 + 6b^3]

- 56 $(x^4 + x^3y + 3xy^3 + 3y^4) : (x + y).$ $[x^3 + 3y^3]$
- 57 $(x^3 - x^2y + 2xy^2 - 2y^3) : (x - y).$ $[x^2 + 2y^2]$
- 58 $(a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4) : (a - x).$ $[(a - x)^3]$
- 59 $(x^4 - 3ax^3 - 9a^2x^2 + a^3x - 2a^4) : (x + 2a).$ $[x^3 - 5ax^2 + a^2x - a^3]$
- 60 $\left(x^5 + \frac{2}{3}ax^4 - \frac{4}{9}a^4x - \frac{8}{27}a^5\right) : \left(x + \frac{2}{3}a\right).$ $\left[x^4 - \frac{4}{9}a^4\right]$
- 61 $(3x^4 - 17ax^3 + 27a^2x^2 - 31a^3x + 18a^4) : (x - a).$ $[3x^3 - 14ax^2 + 13a^2x - 18a^3]$
- 62 $\left(x^3 - \frac{1}{2}x^2y + 2xy^2 - y^3\right) : \left(x - \frac{1}{2}y\right).$ $[x^2 + 2y^2]$
- 63 $(x^4 - 3ax^3 + 8a^2x^2 + a^3x - 6a^4) : (x + 2a).$
 $[Q = x^3 - 5ax^2 + 18a^2x - 35a^3; R = 64a^4]$
- 64 $\left(x^5 + 2y^4x + \frac{3}{4}y^5 + y^3x^2 + \frac{3}{2}yx^4\right) : \left(x + \frac{3}{2}y\right).$ $\left[x^4 + xy^3 + \frac{1}{2}y^4\right]$
- 65 $(b^5 - 4a^2b^3 + 2a^4b + 4a^5) : (b + 2a).$ $[b^4 - 2ab^3 + 2a^4]$
- 66 $(3a^3b - 4a^2b^2 + 7ab^3 - 6b^4) : (a - b).$ $[3a^2b - ab^2 + 6b^3]$
- 67 $\left(\frac{1}{3}y^4 - \frac{1}{4}y^3 + 4y^2 + \frac{91}{16}y - 3\right) : \left(y + \frac{3}{2}\right).$ $\left[\frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{4}y^2 + \frac{41}{8}y - 2\right]$
- 68 $\left(x^4 - 3ax^3 + \frac{1}{2}a^2x^2 + a^3x + 4a^4\right) : (x - 2a).$ $\left[x^3 - ax^2 - \frac{3}{2}a^2x - 2a^3\right]$
- 69 $[x^3 - (a - 2)x^2 - ax + a(a - 2)] : [x - (a - 2)].$ $[x^2 - a]$
- 70 $[x^3 - 3x^2 - (m^2 - 3m + 1)x + 3 - m] : [x + (m - 3)].$ $[x^2 - mx - 1]$
- 71 $[x^3 - 2x^2 - (a^2 + 2a - 2)x - 2(a + 2)] : (x - a - 2).$ $[x^2 + ax + 2]$
- 72 $[2x^3 - (3a - 2)x^2 + (a^2 - a - 1)x + a - 1] : (x - a + 1).$ $[2x^2 - ax - 1]$
- 73 $[x^3 + 2x^2 - (y + 1)^2x - (y + 2)] : (x + y + 2).$ $[x^2 - xy - 1]$
- 74 $[x^3 - x^2 - (a^2 - a - 2)x + 2(a - 1)] : (x + a - 1).$ $[x^2 - ax + 2]$

- 75 $[x^3 - (m + 1)x^2 + (2m + 1)x - 3(m - 1)] : (x - m + 1).$ $[x^2 - 2x + 3]$
- 76 $[y^4 + (m - 1)y^3 - (3m + 5)y^2 + (m - 2)y - 4m - 8] : (y + m + 2).$ $[y^3 - 3y^2 + y - 4]$
- 77 $[x^4 - 4(a + 1)x^3 + 6(a + 1)^2x^2 - 4(a + 1)^3x + (a + 1)^4] : (x - a - 1).$
 $[x^3 - 3(a + 1)x^2 + 3(a + 1)^2x - (a + 1)^3]$
- 78 $[x^3 - 2(a - 2)x^2 + 5(a - 2)^2x - 4(a - 2)^3] : (x - a + 2).$ $[x^2 - (a - 2)x + 4(a - 2)^2]$
- 79 $(3x^2 + 4ax + a^2) : (3x + a).$ $[x + a]$
- 80 $(4x^3 + 4x^2 - 11x + 4) : (2x - 1).$ $[2x^2 + 3x - 4]$
- 81 $(4x^4 - 8x^3 + 4x - 1) : (2x + 3).$ $\left[Q = 2x^3 - 7x^2 + \frac{21}{2}x - \frac{55}{4}; R = +\frac{161}{4}\right]$
- 82 $(4a^4 - 9a^3 + 6a - 1) : (2a - 3).$ $\left[Q = 2a^3 - \frac{3}{2}a^2 - \frac{9}{4}a - \frac{3}{8}; R = -\frac{17}{8}\right]$
- 83 $(4z^3 - 4z^2y - zy^2 + y^3) : (2z + y).$ $[2z^2 - 3zy + y^2]$
- 84 $(-2a^4 + 2a^3b - 5a^2b^2 + 4ab^3 + b^4) : (2a - b).$
 $\left[Q = -a^3 + \frac{1}{2}a^2b - \frac{9}{4}ab^2 + \frac{7}{8}b^3; R = \frac{15}{8}b^4\right]$
- 85 $(4a^3 - 3a^2b + 7ab^2 + 2b^3) : \left(2a + \frac{1}{2}b\right).$ $[2a^2 - 2ab + 4b^2]$
- 86 $\left(\frac{5}{2}x^3 - 2x^2 + 2x + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}\right).$ $[x^2 - x + 1]$
- 87 $\left(x^4 + \frac{35}{6}ax^3 - 2a^2x^2 + \frac{19}{6}a^3x - \frac{1}{2}a^4\right) : \left(3x - \frac{a}{2}\right).$
 $\left[\frac{x^3}{3} + 2ax^2 - \frac{1}{3}a^2x + a^3\right]$

Scrivere, senza eseguire l'operazione, i quozienti delle seguenti divisioni:

- 88 $(a^3 + b^3) : (a + b); (x^3 - 1) : (x - 1).$
- 89 $(x^3 + 1) : (x + 1); (x^3 + y^3) : (x + y).$
- 90 $(x^3 - y^3) : (x - y); (x^3 - 8) : (x - 2).$
- 91 $(x^4 - 1) : (x - 1); (x^4 - 1) : (x + 1).$
- 92 $(x^4 - y^4) : (x + y); (x^4 - y^4) : (x - y).$
- 93 $(a^5 - 1) : (a - 1); (x^5 + y^5) : (x + y).$
- 94 $(x^5 - y^5) : (x - y); (1 + b^5) : (1 + b).$
- 95 $(a^6 - b^6) : (a - b); (a^6 - 1) : (a + 1).$
- 96 $(x^6 - a^6) : (x + a); (1 - x^6) : (1 - x).$
- 97 $(a^7 - b^7) : (a - b); (x^7 - 1) : (x - 1).$
- 98 $(x^7 + y^7) : (x + y); (a^7 + x^7) : (a + x).$
- 99 $(x^3 + 8) : (x + 2); (x^3 - 27) : (x - 3).$
- 100 $(8a^3 + 1) : (2a + 1); (1 + 8x^3) : (1 + 2x).$
- 101 $(27a^3b^3 - 1) : (3ab - 1); (125 - a^3) : (5 - a).$
- 102 $(a^3 + 8b^3) : (a + 2b); (8x^3 - 27y^3) : (2x - 3y).$
- 103 $(27a^3 + 8b^3) : (3a + 2b); (125x^3 - y^3) : (5x - y).$
- 104 $(8a^6 + 1) : (2a^2 + 1); (a^6 - 27b^9) : (a^2 - 3b^3).$
- 105 $(a^4 - 81) : (a - 3); (a^4 - 81) : (a + 3).$
- 106 $(16x^4 - 1) : (2x + 1); (1 - 8x^3) : (1 - 2x).$
- 107 $(32 - x^5) : (2 - x); (a^5 + 32b^5) : (a + 2b).$

- 108 $(x^5 - y^{10}) : (x - y^2); (x^3 + 8y^6) : (x + 2y^2).$
- 109 $(x^6 - 1) : (x^2 - 1); (x^6 + a^6) : (x^2 + a^2).$
- 110 $(a^{12} + b^3) : (a^4 + b); (b^9 - 8x^6) : (b^3 - 2x^2).$
- 111 $(a^5 + b^{15}) : (a + b^3); (a^6 - 64b^{12}) : (a - 2b^2).$
- 112 $(32 - b^{15}) : (2 - b^3); (64x^6 - y^{12}) : (2x + y^2).$

Trovare tutti i binomi divisori dei seguenti binomi:

- 113 $x^4 - y^4; 1 - x^3; 1 + x^3.$
- 114 $81x^4 - 16; 16a^4 - 1; 81 - y^2.$
- 115 $a^6 - b^3; a^3 + b^6; a^6 - b^6.$
- 116 $x^5 + 32y^5; x^{10} + 32y^{10}; x^5 - 32y^{10}.$
- 117 $a^8 - b^4; a^8 - 1; x^4 - 81.$
- 118 $a^6 + b^6; x^{12} - y^6; a^5 - 1.$
- 119 $x^{10} - y^{10}; a^4 - b^6; a^{12} - b^6.$
- 120 $a^{12} + b^9; 0,001 - \frac{x^3}{27}; \frac{1}{125} a^6 + b^{15}.$
- 121 $x^9 + 1; x^9 - 1; x^9 - 27.$
- 122 $x^{12} + y^6; 1 - 16x^8; 1 - x^{10}.$
- 123 $a^6 + b^6x^{12}; 16x^4 - 81y^8; x^{10} - y^{20}.$
- 124 Senza eseguire i calcoli indicati dimostrare che
 1°) il numero $(7^3 - 4^3)$ è divisibile per 3
 2°) il numero $(7^3 + 4^3)$ è divisibile per 11
 3°) il numero $(6^4 - 2^4)$ è divisibile sia per 4 che per 8
 4°) il numero $(8^6 - 3^6)$ è divisibile per 5, per 11, per 55 ($= 64 - 9$).
- 125 Essendo $n \in \mathbb{N}$, dire se n deve essere pari o dispari affinché $8^n - 6^n$ sia divisibile per 2 e per 14.

- 126** Per quali valori di $n \in \mathbb{N}$ il binomio $2^n x^{3n} - y^n$ è divisibile sia per $2x^3 + y$ che per $2x^3 - y$?
- 127** Per quali valori di $m \in \mathbb{N}$ il binomio $a^m + b^m$ è divisibile per $a + b$?
- 128** Verificare che il polinomio $x^3 - ax^2 - 4a^2x + 4a^3$ è divisibile per $(x - a)$ e $(x - 2a)$.
- 129** Verificare il polinomio $x^3 + 27y^3 - (x + 3y)^3$ è divisibile per $x + 3y$.
- 130** Verificare che il polinomio $x^3 - ax^2 - b^2x + ab^2$ è divisibile per $(x - b)$, per $(x + b)$ e per $(x - a)$.
- 131** Per quali valori di n il binomio $x^n - y^n$ è divisibile per $x - y$? E per quali è divisibile per $x + y$?
- 132** Per quali valori di n il polinomio $(x - a)^n - (y + a)^n$ è divisibile per $x + y$?
- 133** Per quali valori di n il polinomio $(x - a)^n - (y - a)^n$ è divisibile per $x - y$?
- 134** Per quali valori di n il polinomio $(x - a)^n - (x + a)^n$ è divisibile per x ?
- 135** Verificare che il polinomio $x^3 + (a + b)x^2 + (a^2 + b^2)x + (a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ è divisibile per $x + a + b$.
- 136** Verificare che il polinomio $x^3 + a^3 + 1 - (x + a + 1)^3$ è divisibile per $(x + 1)(x + a)$.
- 137** Verificare che il polinomio $(x + a - 2b)^3 - x^3 - a^3 + 8b^3$ è divisibile per $(x + a)(x - 2b)$.
- 138** Verificare che, se n è dispari, il polinomio $(x + a + b)^n - x^n - a^n - b^n$ è divisibile per $(x + a)(x + b)$.
- 139** Verificare che il polinomio $(a - b)^3 - a^3 + b^3$ è divisibile per $a - b$.
- 140** Verificare che il polinomio $(a + b)x^2 + (a^2 + ab + b^2)x - a^2b - ab^2$ è divisibile per $x + a + b$.
- 141** Verificare che il polinomio $x^2 - (4 - a)x + 3 - a$ è divisibile per $x + a - 3$ e, poi, calcolare il quoziente.
- 142** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $(x + 2)$.
- 143** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $x - 2a$.
- 144** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $x - a^2$.
- 145** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $x + 4y$.

- 146** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $3x + 2$.
- 147** Scrivere un polinomio di 2° grado in x divisibile per $x + a - 3$.
- 148** Scrivere un polinomio di 2° grado in a divisibile per $a - 2b + c$.
- 149** Scrivere un polinomio di 3° grado in x divisibile per $x - 3$.
- 150** Scrivere un polinomio di 3° grado in x divisibile per $x + 2a$.
- 151** Scrivere un polinomio di 3° grado in a divisibile per $a - 2b$.
- 152** Scrivere un polinomio di 3° grado in x divisibile per $2x + y$ ed uno divisibile per $2x + 5$.
- 153** Scrivere un polinomio di 3° grado in x divisibile per $(x - 4)(x + 3)$.

Scomposizione di polinomi in fattori

Scomporre in fattori i seguenti polinomi, raccogliendo in ciascuno di essi i fattori comuni:

- 1** $x^2 + 3x$; $a^3 + 2a^2 + 4a$; $4x^5 + 8x^3$.
- 2** $a^2bc + 2ab^2c + abc^2$; $4xy^2 - 2x^2y$.
- 3** $9axy - 6a^2x + 12ax^2$; $5m^2 + 10m$.
- 4** $4a^2b^2 - 6a^3b + 8a^2b^3$; $9a^3 + 3a + 3$.
- 5** $15a - 20a^2 + 25ab$; $x^{10} - x^8 + 4x^6$.
- 6** $12xy^2 - 15xy + 18x^2y$; $0,5a^3b^4 - 1,5ab^3$.
- 7** $a^3 - 4a^2 + 5a$; $6x^3 - 12x^2y + 24x^4$.
- 8** $x^6y^4 - x^3y^3 + 4x^4y^2$; $4x^7y^3 - 2x^3y^7$.
- 9** $\frac{1}{4}a^3b^2c^2 + \frac{3}{2}a^2bc^3 - \frac{5}{4}a^2bc^4 + \frac{1}{8}a^4b^2c^2 - \frac{5}{2}a^2b^3c^3$.
- 10** $3a^n b^2 - 6a^{n+1} b^3 + 9a^{n+2} b^5 - 3a^n b^4$.
- 11** $2x^{m+n} y^2 - 4x^m y^{n+2} + 8x^m y^3 - 4x^m y^2$.