Calore, termodinamica e gas.

I testi sono tratti da " Le Olimpiadi della Fisica", problemi dalla gare italiane e internazionali, G. Cavaggioni, D. L. Cenci, F. minosso, P. Nesti, U. Penco, Zanichelli, da "Problemi di fisica della Scuola Normale" , F. Bassani, L. Fa, A. Iembo, F. Pegoraro, Zanichelli e da testi del concorso per l'ammissione al primo anno di fisica della Scuola Normale di Pisa.

1. ***"Due volumi di gas", selezione regionale delle Olimpiadi della Fisica, 1987***

Un tubicino chiuso ad entrambe le estremità è diviso in due parti, A e B, contenente gas perfetto e separate da una goccia di mercurio. Quando le temperature delle due parti di gas sono entrambe 300 K il rapporto dei rispettivi volumi V_A e V_B è 2. Il gas A viene raffreddato a 100 K e quello in B riscaldato a 500 K. Si trascurino le variazioni di colume del tubicino e della bolla di mercurio.
Qual è ora il rapporto tra la misura del volume di A e quella del volume di B?

R: il rapporto dei volumi è $\frac{V_A'}{V_B'} = \frac{2}{5}$.

2. ***"Un cilindro che affonda nel ghiaccio", ammissione alla Normale, 1927***

Un cilindro di rame riscaldato viene posato con una sua base sopra un blocco spianato di ghiaccio. Esso si raffredda fino a zero gradi fondendo del ghiaccio e affondandovi.
Si domanda: a che temperatura doveva essere stato riscaldato se è affondato esattamente di tutta la sua altezza. Per semplicità si trascurino le dispersioni e si ammetta che la cavità abbia esattamente la stessa forma del cilindro.

Calore di fusione del ghiaccio:	89,8 cal/g,
Densità del ghiaccio:	0,917 g/cm^3
calore specifico del rame:	0,093 cal /(g °C)
Densità del rame:	8,9 g/cm ^{3}

R: T = 99,5 °C.

3. ***"L'energia del vapore", ammissione alla Normale, 1952***

A una certa massa di acqua alla temperatura di ebollizione si somministra la quantità di calore Q = 27 kcal atta a vaporizzarla completamente, mentre sul sistema in equilibrio acqua-vapore agisce la pressione atmosferica ordinaria (contro la quale il sistema stesso lavora).
Qual è l'aumento di energia del sistema se si ammette che, nelle condizioni poste, il calore di vaporizzazione dell'acqua sia λ = 540 kcal/kg e che la densità relativa del vapore sia ρ = 0,60 $\cdot 10^{-3}$?
Quale risulta essere il volume finale occupato dal vapore?
Quale sarebbe, a pari condizione di temperatura e pressione, il volume occupato da un gas perfetto contenente lo stesso numero di grammo molecole?

R: ΔE = 25,12 kcal, V_{vapore} = 77,5 l, V_{gas} = 79,2 l.

4. ***"Il frigorifero", concorso ammissione alla Scuola Normale, 2011***

Un frigorifero porta calore dal suo interno verso l'esterno operando lungo un ciclo reversibile di Carnot fra la temperatura interna T_b = 4 °C, che mantiene costante, e quella esterna T_a con $T_a > T_b$, consumando quando è acceso una potenza W. L'isolamento del frigo non è perfetto; pertanto penetra dall'esterno verso l'interno una quantità di calore per unità di tempo data da $P = \alpha(T_a - T_b)$ con α costante. Sapendo che quando T_a = 24 °C il frigorifero mantiene la temperatura interna T_b = 4 °C rimanendo acceso solo per un quarto del tempo, si determini la temperatura esterna massima T_M per cui esso riuscirebbe a mantenere la temperatura interna T_b = 4 °C rimanendo sempre acceso.

R: $T_M - T_b$ = 40 °C

5. ***"Un bicchiere nell'acqua", selezione regionale delle Olimpiadi della Fisica, 1992***

Un bicchiere cilindrico con pareti molto sottili (cioè di spessore trascurabile) vien rovesciato entro un recipiente pieno d'aria. Il bicchiere galleggia e la superficie interna del fondo del bicchiere si trova esattamente al livello dell'acqua. il peso del bicchiere è 4,0 N e l'area di base è 10 cm^2. La pressione ambiente è 100 kPa.
Calcolate la frazione del volume iniziale che rimane occupata dall'aria dopo che il bicchiere è stato capovolto nel catino.

R: il rapporto dei volumi è 0,96.

6. ***"La temperatura di un pianeta", selezione regionale delle Olimpiadi della Fisica, 1992***

Una stella come il Sole irraggia con una potenza di 3,8 x 10^{26} W. Alla distanza d = 1,5 x 10^{11} m (questa è la distanza Terra-Sole) un pianeta di raggio R = 6,4 x 10^6 m è all'equilibrio termico e si comporta – con buona approssimazione – come un corpo nero; si supponga che l'energia ricevuta si distribuisca uniformemente sul pianeta.
Determinare la temperatura media del pianeta, nell'ipotesi che l'unica fonte di energia da considerare sia la stella.

Il valore della costante di Stefan-Boltzmann è σ = 5,67 x 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}.

R: la temperatura è 277 K.

7. ***"Un ciclo termodinamico", selezione regionale delle Olimpiadi della Fisica, 1990***

Una massa di 2,0 g di elio è racchiusa in un cilindro: il volume è di 2,0 litri e la temperatura di 0 °C. il gas viene riscaldato in modo che p/V sia costante fino a quando il volume è raddoppiato. Poi il riscaldamento continua a pressione costante fino a raggiungere il volume di 5,0 litri. Successivamente la pressione è ridotta al valore iniziale, a volume costante, e infine il gas viene riportato nelle condizioni iniziali a pressione costante. Tutte le trasformazioni sono reversibili.

1. Si disegni il diagramma del ciclo nel piano (p, V).
2. Si determini il valore di p, V e T ai vertici del ciclo.
3. Si determinino il calore e il lavoro scambiati in ogni trasformazione, e il verso dello scambio.

Si supponga ora che un motore usi il ciclo precedente.

4. Quante volte il ciclo deve essere ripetuto per sollevare di 80 metri una massa di 650 kg?
5. Quanto calore deve essere fornito complessivamente al gas?

R: 2. Vertice A: T_A = 273 K, V_A = 2,0 x 10^{-3} m^3 , p_A = 0,57 MPa.

Vertice B: T_B = 1092 K, V_B = 4,0 x 10^{-3} m^3 , p_B = 1,13 MPa.

Vertice C: T_C = 1365 K, V_C = 5,0 x 10^{-3} m^3 , p_C = 1,13 MPa.

Vertice D: T_D = 682 K, V_D = 5,0 x 10^{-3} m^3 , p_D = 0,57 MPa.

3. trasformazione AB: L = 1,7 kJ, Q = 6,8 kJ.

trasformazione BC: L = 1,13 kJ, Q = 2,8 kJ.

trasformazione CD: L = 0 , Q = - 4,3 kJ.

trasformazione DA: L = - 1,7 kJ, Q = - 4,3 kJ.

4. numero di cicli complessivi 4,5 x 10^2.

5. Q_{tot} = 4,34 x 10^6 J.

Breve formulario:

$Q = mc_s \Delta t$ (calore scambiato quando c'è variazione della temperatura)

$Q_{vap} = m\lambda_{vap}$ (calore scambiato durante la vaporizzazione o la condensazione)

$Q_{fus} = m\lambda_{fus}$ (calore scambiato durante la fusione o la solidificazione)

$PV = nRT$ legge del gas perfetto : a T = costante $PV = K$ Legge di Boyle

a P = costante $\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$ 1° legge di Gay-Lussac

a V = costante $\frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0}$ 2° legge di Gay-Lussac

legge di Fourier (potenza termica che attraversa una parete)

$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{\Delta T}{\Delta l}$ dove k è il coefficiente di conducibilità termica, A la superficie della parete, Δl lo spessore della parete e ΔT il gradiente termico tra le due superfici della parete.

Legge del raffreddamento (esponenziale): $T(t) - T_a = \Delta T_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $\frac{\Delta T}{\Delta l} = -\lambda(T - T_a)$

Dilatazione termica (lineare): $L = L_0 \cdot (1 + \lambda \Delta T)$; (volumica): $V = V_0 \cdot (1 + \alpha \Delta T)$ con $\alpha = 3\lambda$ per i solidi.

Energia interna del gas perfetto: $E = \frac{3}{2}nRT = N\frac{3}{2}k_B T$ (solo tre gradi di liberta, altrimenti 5/2 ..)

Rendimento di un motore ideale (funzionante tra $T_1 > T_2$) : $\eta = \frac{L_{svolto}}{Q_{fornito}} = \frac{Q_{ass} - Q_{ced}}{Q_{ass}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Trasformazione isocora : $L = 0$; $\Delta U = Q = nc_V \Delta T = n\frac{3}{2}R\Delta T$; $\Delta p = nR\frac{\Delta T}{V} = \frac{2Q}{3V}$

Trasformazione isoterma : $\Delta U = 0$; $L = Q = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR\ln\left(\frac{P_i}{P_f}\right)$; $\Delta p = nR\frac{\Delta T}{V} = \frac{2Q}{3V}$

1. Trasformazione adiabatica : $Q = 0$; $\Delta U = -L = nc_v(T_f - T_i)$; $PV^\gamma = k$ con $k = \frac{c_P}{c_V}$ ***"Il***