Calore

Breve formulario:

$Q = mc_s\Delta t$ (calore scambiato quando c'è variazione della temperatura)

$Q_{vap} = m\lambda_{vap}$ (calore scambiato durante la vaporizzazione o la condensazione)

$Q_{fus} = m\lambda_{fus}$ (calore scambiato durante la fusione o la solidificazione)

$PV = nRT$ legge del gas perfetto : a T = costante $PV = K$ Legge di Boyle

a P = costante $\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$ 1° legge di Gay-Lussac

a V = costante $\frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0}$ 2° legge di Gay-Lussac

legge di Fourier (potenza termica che attraversa una parete)

$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{\Delta T}{\Delta l}$ dove k è il coefficiente di conducibilità termica, A la superficie della parete, Δl lo spessore della parete e ΔT il gradiente termico tra le due superfici della parete.

Legge del raffreddamento (esponenziale): $T(t) - T_a = \Delta T_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $\frac{\Delta T}{\Delta l} = -\lambda(T - T_a)$

Dilatazione termica (lineare): $L = L_0 \cdot (1 + \lambda\Delta T)$; (volumica): $V = V_0 \cdot (1 + \alpha\Delta T)$ con $\alpha = 3\lambda$ per i solidi.

Energia interna del gas perfetto: $E = \frac{3}{2}nRT = N\frac{3}{2}k_BT$

Rendimento di un motore ideale (funzionante tra $T_1 > T_2$) : $\eta = \frac{L_{svolto}}{Q_{fornito}} = \frac{Q_{ass} - Q_{ced}}{Q_{ass}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Trasformazione isocora : $L = 0$; $\Delta U = Q = nc_V\Delta T = n\frac{3}{2}R\Delta T$; $\Delta p = nR\frac{\Delta T}{V} = \frac{2Q}{3V}$

Trasformazione isoterma : $\Delta U = 0$; $L = Q = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR\ln\left(\frac{P_i}{P_f}\right)$; $\Delta p = nR\frac{\Delta T}{V} = \frac{2Q}{3V}$

Trasformazione adiabatica : $Q = 0$; $\Delta U = -L = nc_v(T_f - T_i)$; $PV^\gamma = k$ con $k = \frac{c_P}{c_V}$

Dalle Olifis 2003 (gara istituto)



Il manometro di una bombola di ossigeno che ha la capacità di $0.1\,\mathrm{m}^3$ indica 1.0×10^7 Pa. La densità dell'ossigeno alla pressione atmosferica (1.0×10^5 Pa) e alla temperatura della bombola è $1.4\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

- La densità dell'ossigeno nella bombola è allora ...

A ... $0.14\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ B ... $1.4\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ C ... $14\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ D ... $140\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ E ... $1400\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$



Il calore specifico di un certo metallo è $c_\mathrm{a}/9$ e la sua densità è $6\rho_\mathrm{a}$, dove c_a e ρ_a indicano, rispettivamente, il calore specifico e la densità dell'acqua. Volumi uguali di acqua e del metallo vengono riscaldati in modo che le loro temperature aumentino della stessa quantità e si osserva che l'energia che si è dovuto fornire al metallo è k volte quella trasferita all'acqua.

- Quanto vale k?

A 1/3 B 2/3 C 3/2 D 4 E 54

Dalle Olifis 2004 (gara istituto)



Un recipiente di polistirolo con coperchio contiene 0.30 kg di acqua a 100°C.

- Se vengono versati nel recipiente 0.10 kg di acqua a 20°C, la temperatura finale sarà

A 20°C B 40°C C 60°C D 80°C E 100°C



Una pentola a pressione ha la valvola di sicurezza regolata per aprirsi quando all'interno la pressione raggiunge il valore di 140 kPa. Dopo essere stata chiusa in condizioni di pressione atmosferica normale, alla temperatura di 22°C, la pentola viene dimenticata vuota sul fornello acceso.

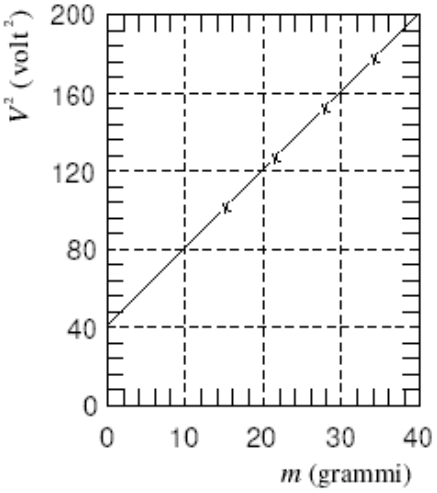
- **Si indichi, fra i valori seguenti, quello che si avvicina di più alla temperatura alla quale si aprirà la valvola.**

A 30°C B 100°C C 135°C D 180°C E 225°C

Quesito 18

Per misurare il calore latente di vaporizzazione di un liquido si usa un dispositivo che mantiene il liquido alla temperatura di ebollizione mediante un riscaldatore elettrico alimentato da una batteria di f.e.m. V; la massa m di liquido vaporizzato in un dato intervallo di tempo Δt viene pesata dopo che il liquido è stato fatto condensare.

Nel grafico in figura sono stati riportati i valori di V^2 in funzione di m.



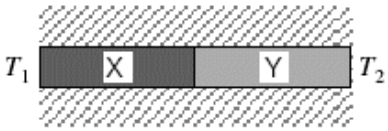
- Se la resistenza del riscaldatore era di $4\,\Omega$ e il tempo di vaporizzazione è stato fissato in 10 minuti, determinare il calore latente di vaporizzazione del liquido usato, espresso in $\mathrm{J\,kg^{-1}}$.

A 10
B 600
C 10000
D 600000
E 720000

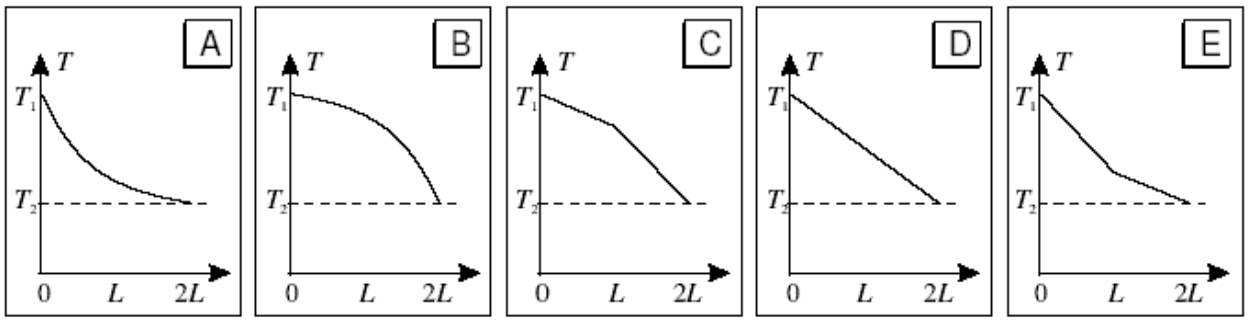
Quesito 23

Una barra metallica a sezione costante è costituita da due pezzi di materiale diverso: la conducibilità termica del materiale X è doppia rispetto a quella del materiale Y.

I due pezzi hanno uguale lunghezza L e sono mantenuti in perfetto contatto termico tra loro mentre l'intera barra è isolata termicamente dall'ambiente. Le due estremità della barra sono mantenute a temperature costanti T_1 e T_2.



- Quale dei grafici seguenti rappresenta meglio l'andamento della temperatura nei diversi punti della barra?

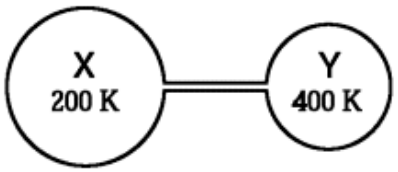


Dalle Olifis 2002

Quesito 37

Il disegno rappresenta due recipienti di vetro collegati insieme. Il volume del recipiente X è doppio rispetto a quello del recipiente Y. Il sistema è riempito con un gas perfetto e mantenuto in uno stato stazionario con i recipienti rispettivamente a 200 K e 400 K.

Nel recipiente X ci sono n moli di gas.



- Quante moli di gas ci sono nel recipiente Y?

A $n/4$ B $n/2$ C n D $2n$ E $4n$

Quesito 28

Un forno solare usato per scaldare acqua è costituito da uno specchio concavo di area $0.40\,\mathrm{m}^2$. La potenza radiante per unità di superficie, che arriva dal Sole sullo specchio, è $P = 10^3\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

- La migliore stima del minimo tempo necessario per riscaldare nel forno 1 kg di acqua da 20°C a 50°C è

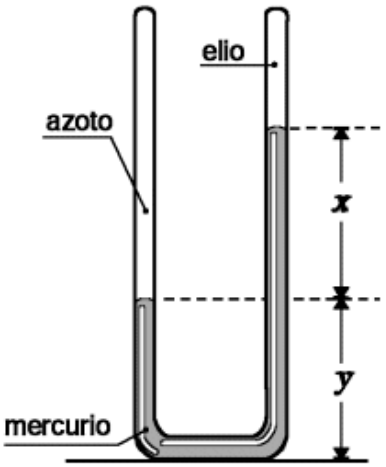
A 0.8 min B 5 min C 20 min D 50 min E 320 min

Quesito 17

Un tubo a U, chiuso ad entrambe le estremità, contiene azoto da una parte ed elio dall'altra parte; i due gas sono separati da mercurio, la cui densità è ρ.

- Detta g l'accelerazione di gravità, e p la pressione dell'elio, qual è la pressione dell'azoto?

A p
B $x\rho g$
C $p - x\rho g$
D $p + x\rho g$
E $p + (x + y)\rho g$

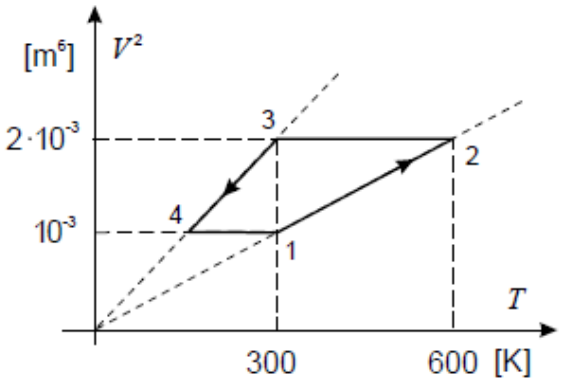


Esercizio 1. Un ciclo dalla gara nazionale del 2000.

C

Una trasformazione termodinamica 35 Punti

Una mole di un gas perfetto biatomico subisce una trasformazione ciclica reversibile descritta nel piano $T - V^2$ nel verso indicato in figura ed a partire dal punto 1.



- Dopo aver rappresentato la stessa trasformazione nel piano $V - p$, calcolare il lavoro compiuto dal gas in un ciclo ed il rendimento del ciclo stesso.

Esercizio 2.

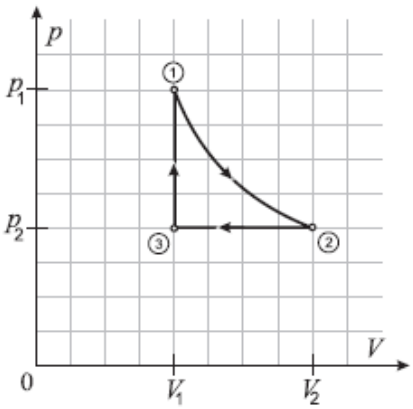
PROBLEMA n. 2 – Tri ciclo...termodinamico

35 Punti

La figura rappresenta un ciclo termodinamico cui è sottoposto un sistema di n moli di un gas perfetto monoatomico.

Il volume del gas è inizialmente raddoppiato mediante una trasformazione isoterma quasi statica 1–2, e successivamente viene riportato al valore iniziale con una compressione isobara quasi statica 2–3. Infine, con un riscaldamento durante il quale il volume rimane costante, il sistema viene riportato allo stato iniziale.

- Calcolare il rendimento di un'ipotetica macchina termica che segua questo ciclo termodinamico.



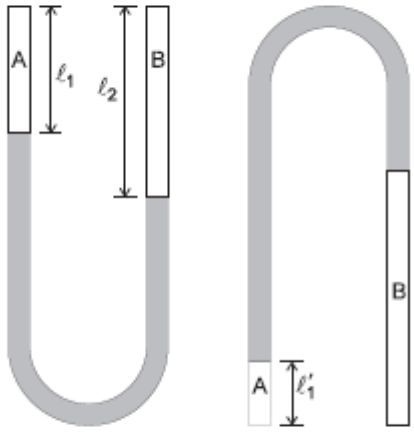
Esercizio 3. Problema 3 della gara regionale 2009

Problema 3 Ruotando un tubo ad U... [20 punti]

Un tubo di vetro, a forma di U e di sezione uniforme, contiene del mercurio. Le due estremità del tubo sono sigillate e un ramo del tubo contiene un gas A, mentre l'altro ramo contiene un gas B, entrambi considerati come gas perfetti.

Quando il tubo viene mantenuto verticale con le estremità rivolte verso l'alto, come mostrato nella parte sinistra della figura, le parti del tubo occupate dai gas A e B hanno una lunghezza rispettivamente $\ell_1 = 12\,\text{cm}$ e $\ell_2 = 18\,\text{cm}$.

Quando invece il tubo viene capovolto, come mostrato nella parte destra della figura, la lunghezza della parte del tubo occupata dal gas A è $\ell_1' = 6\,\text{cm}$.



1. Quanto valgono le lunghezze delle parti del tubo occupate dai due gas, quando il tubo è adagiato sopra un piano orizzontale in modo tale che entrambi i rami si trovano alla stessa altezza? *(Supporre che i due rami del tubo abbiano la stessa lunghezza, che la colonna di mercurio non si spezzi, che nel corso del ribaltamento del tubo i due gas non si mescolino e che la temperatura rimanga costante a 20°C.)*

Il tubo viene posto nuovamente in posizione verticale con le estremità rivolte verso l'alto e poi la temperatura viene aumentata fino a 40°C.

2. Quanto vale la variazione di lunghezza degli spazi occupati dai due gas all'equilibrio termico? *(Supporre che l'espansione termica del mercurio e del vetro sia trascurabile e nello sviluppo dei calcoli considerare che i termini di secondo ordine siano trascurabili.)*

Dato numerico: La densità del mercurio vale $\rho = 13.6\,\text{g/cm}^3$

R: $p_1 = 24\text{kPa}$; $p_2 = 32\text{kPa}$; $p'_1 = 48\text{kPa}$; $p'_2 = 24\text{kPa}$;10cm,20cm; 29 kPa; 0,085cm

C

Nel ciclo compiuto dal gas la trasformazione $1 \to 2$ mantiene costante il rapporto V^2/T, quindi $V_2 = \sqrt{2}\,V_1$ da cui risulta anche $p_2 = \sqrt{2}\,p_1$. La trasformazione $2 \to 3$ è isovolumica fino a quando risulta $T_3 = (1/2)\,T_2 = T_1$: ciò impone anche

$$p_3 = \frac{1}{2}p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}p_1 \,.$$

Analogamente si procede per ottenere i valori di p, V e T relativi al vertice 4 del ciclo fino ad ottenere la tabella che segue.

Stato	Pressione	Volume	Temperatura
1	p_1	V_1	T_1
2	$\sqrt{2}\,p_1$	$\sqrt{2}\,V_1$	$2\,T_1$
3	$(1/\sqrt{2})\,p_1$	$\sqrt{2}\,V_1$	T_1
4	$(1/2)\,p_1$	V_1	$(1/2)\,T_1$

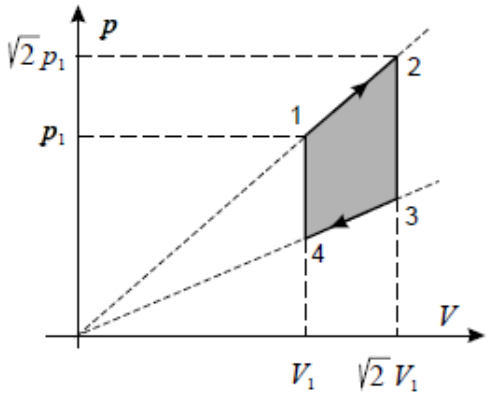
Nel piano $V - p$ le trasformazioni $1 \to 2$ e $3 \to 4$ sono rappresentate da segmenti; infatti dal rapporto tra le relazioni

$$\frac{V^2}{T} = \text{cost} \quad \text{e} \quad P\,V = n\,R\,T$$

si ottiene

$$\frac{P}{V} = \text{cost}\,.$$

Da questa considerazione e dai dati in tabella è possibile rappresentare il ciclo nel piano $V - p$. Con riferimento al grafico è poi immediato calcolare il lavoro compiuto dal gas nell'intero ciclo.



Impostando il calcolo come la sottrazione delle aree di due trapezi rettangoli, e riferendosi sempre ai valori dello stato 1, si ha

$$W = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}(p_3 + p_4)(V_3 - V_4) = \frac{1}{4}\,n\,R\,T_1\,.$$

Nel ciclo il gas assorbe calore durante le trasformazioni $1 \to 2$ e $4 \to 1$. Considerando che si tratta di un gas biatomico (calore molare $C_V = 5/2\,R$) risulta

$$Q_{\text{ass}} = Q_{12} + Q_{41} = \frac{5}{2}\,n\,R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_1 + p_2) + \frac{5}{2}\,n\,R\,(T_1 - T_4) = \frac{17}{4}\,n\,R\,T_1\,.$$

Alternativamente, si sarebbe potuto ottenere il calore assorbito calcolando l'intera variazione di energia interna fra lo stato 4 e lo stato 2 ed aggiungere a questo valore il lavoro fra lo stato 1 e lo stato 2. Segue in definitiva che il rendimento vale $\eta = W/Q_{\text{ass}} = 1/17 = 0.059$.

Con i dati numerici presenti sul grafico inserito nel testo, si ottiene per il lavoro il valore $W = 623\,\text{J}$.

PROBLEMA n. 2 – Tri-ciclo...termodinamico

35 Punti

Il rendimento η di una macchina termica è dato dal rapporto tra il lavoro netto scambiato nel ciclo e il calore assorbito. Il lavoro si calcola come segue.

Nell'isoterma quasi statica 1–2, essendo $V_2 = 2V_1$, il lavoro è dato da:

$$\mathcal{L}_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n\,RT}{V}\,dV = n\,RT\,\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_1V_1\,\ln 2$$

Nel raffreddamento isobaro quasi statico 2–3, tenendo conto del fatto che $p_2 = p_1/2$ e $V_3 = V_1$, il lavoro è:

$$\mathcal{L}_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p_2\,dV = p_2(V_3 - V_2) = -\frac{1}{2}p_1V_1$$

Infine, nell'isocora 2–3, il lavoro è nullo. Il lavoro netto del ciclo risulta quindi:

$$\mathcal{L}_{\text{ciclo}} = p_1V_1\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)$$

Si calcola ora il calore assorbito nel ciclo: il sistema assorbe calore nell'espansione isoterma 1–2 e nel riscaldamento isocoro 3–1.

Nell'espansione isoterma, poiché l'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla temperatura, $\Delta U = 0$, e dunque $Q_{12} = \mathcal{L}_{12}$.

Nel riscaldamento isocoro, $\mathcal{L} = 0$, e dunque $Q = \Delta U = nc_V\,\Delta T$.

Poiché il gas è monoatomico, $c_V = (3/2)R$ e risulta

$$Q_{31} = \frac{3}{2}n\,R\,\Delta T$$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti, tenendo conto che il volume non varia, si ha $V\,\Delta p = n\,R\,\Delta T$ e dunque

$$Q_{31} = \frac{3}{2}V_1\,\Delta p = \frac{3}{4}V_1p_1$$

In definitiva:

$$Q_{\text{ass}} = Q_{12} + Q_{31} = p_1V_1\left(\ln 2 + \frac{3}{4}\right)$$

Infine il rendimento risulta:

$$\eta = \frac{\mathcal{L}_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{ass}}} = \frac{\ln 2 - 1/2}{\ln 2 + 3/4} = 0.134 \equiv 13.4\,\%$$

Risposte dei quesiti : D B D C D C A B D