# Preparazione alla Prova Nazionale delle Olimpiadi della Fisica (Senigallia 2014)

## Meccanica

## Problemi scelti

Federico Grasselli (UniMoRe)

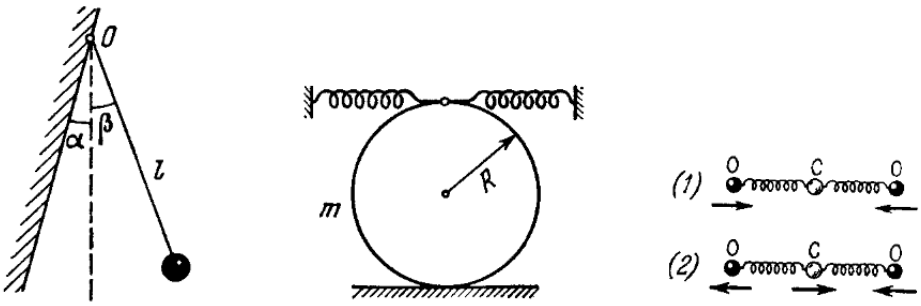
26 Marzo 2014

## 1 Pendolo a rimbalzo

Una pallina è attaccata ad un filo inestensibile di massa trascurabile lungo $l$ come in figura. Il muro a cui è appeso il filo è inclinato di un angolo $\alpha$ rispetto alla verticale. Inizialmente il filo viene spostato di un angolo $\beta > \alpha$ e poi rilasciato.
Assumendo che le collisioni della pallina contro il muro siano perfettamente elastiche, trovare il periodo di oscillazione di tale pendolo.
Si lavori in approssimazione di piccoli angoli.

**Soluzione**

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\frac{\pi}{2} + \operatorname{asin}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right] \tag{1}$$




## 2 Oscillazioni armoniche di un cilindro

Un cilindro rigido di raggio $R$ e massa $m$ esegue delle piccole oscillazioni in seguito all-azione di un sistema a due molle la cui costante di molla efficace combinata è $\kappa$.
Trovare il periodo delle piccole oscillazioni in assenza di slittamento.

**Soluzione**

$$T = \pi\sqrt{\frac{3m}{2\kappa}} \tag{2}$$

## 3 Molecola di anidride carbonica

Un modello per descrivere la molecola di $CO_2$ consiste in tre palline interconnesse da molle identiche prive di massa situate lungo l'asse della molecola (la $CO_2$ è lineare). Un sistema di tale tipo può oscillare nei due modi descritti in figura. Sapendo le masse degli atomi, trovare il rapporto tra le frequenze dei due tipi di oscillazione.

**Soluzione**

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{1 + \frac{2M}{m}} \approx 1,91 \tag{3}$$

## 4 Potenziale centrale elastico

Una particella si muove lungo una traiettoria chiusa in un campo centrale di energia potenziale $U = kr^2$, dove $k$ è una costante positiva ed $r$ è la distanza della particella dal centro $O$.
Trovare la massa della particella se la sua distanza minima dal punto $O$ è $r_1$ e la sua velocità nel punto più distante da $O$ è pari a $v_2$.

**Soluzione**

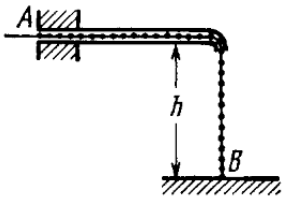
$$m = 2k\frac{r_1^2}{v_2^2} \tag{4}$$

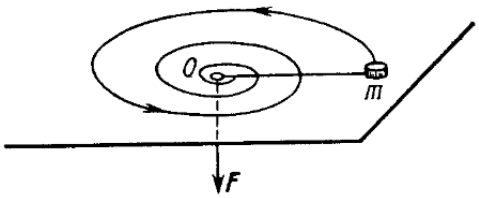
## 5 Moto di una corda pesante

Una corda pesante omogenea $AB$ lunga $l$ è posta in un tubo orizzontale *liscio* in modo tale che una frazione della corda lunga $h$ è libera e tocca la superficie di un tavolo, posto orizzontalmente sotto al tubo, con l'estremo libero $B$. Ad un certo istante l'estremo $A$ è lasciato anch'esso libero. Con quale velocità l'estremo $A$ *uscirà* dal tubo?

**Soluzione**

$$v_A^{fin} = \sqrt{2hg\ln\left(\frac{l}{h}\right)} \tag{5}$$




## 6 Moto planare

Un piccolo corpo di massa $m$ legato ad un filo inestensibile si muove su un piano liscio orizzontale. L'altro capo del filo è tirato, tramite un foro nel piano, a velocità costante.
Si determini la tensione $\mathfrak{T}(r)$ del filo in funzione della distanza $r$ tra il corpo e il foro se per un certo $r = r_0$ la velocità angolare di $m$ è $\omega = \omega_0$.

**Soluzione**

$$\mathfrak{T}(r) = m\omega_0^2 r_0^4 \frac{1}{r^3} \tag{6}$$

## 7 Problema di Keplero

Un pianeta di massa $m$ si muove lungo un'ellissi attorno al Sole. L'afelio e il perielio sono rispettivamente $r_1$ e $r_2$.
Trovare il momento angolare $\mathfrak{L}$ di questo pianeta rispetto al centro del Sole.

**Soluzione**

$$\mathfrak{L} = m\sqrt{2\gamma M \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \tag{7}$$

dove $\gamma$ è la costante di gravitazione universale.

## 8 Campo gravitazionale per sistemi cavi

All'interno d'una sfera uniforme di densità $\rho$ c'è una cavità sferica il cui centro è ad una distanza $l$ dal centro della sfera.
Trovare l'intensità $\mathbf{G}$ del campo gravitazionale all-interno della cavità.

**Soluzione**

$$\mathbf{G} = -\gamma \frac{4}{3}\pi\rho\mathbf{l} \tag{8}$$

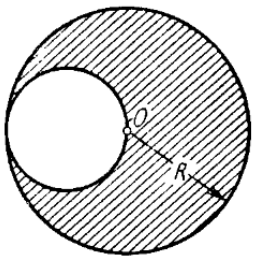
dove $\gamma$ è la costante di gravitazione universale.

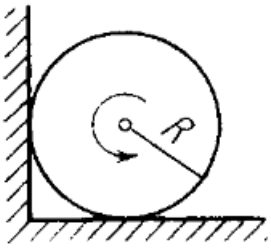
## 9 Momento d'inerzia per figure cave

Un disco uniforme di raggio $R$ ha un taglio a forma di cerchio (v. fig.). La massa della porzione restante, ombreggiata in figura, è $m$.
Trovare il momento d'inerzia dell'oggetto descritto rispetto all'asse passante per il suo centro di massa e perpendicolare al piano del disco.

**Soluzione**

$$I_C = \frac{37}{72}mR^2 \tag{9}$$




## 10 Azione dell'attrito su un cilindro in rotazione

Un cilindro uniforme di raggio $R$ è messo in rotazione attorno al proprio asse con velocità angolare $\omega_0$ e poi posto in un angolo (v. fig.). Il coefficiente d'attrito tra le pareti del muro e il cilindro è uguale a $k$.
Qual è il numero $n$ di giri compirà il cilindro prima di fermarsi?

**Soluzione**

$$n = \frac{1}{8\pi}\frac{\omega_0^2 R}{g}\frac{1+k^2}{k(k+1)} \tag{10}$$

## 11 Cilindro nel cilindro

Determinare il periodo delle piccole oscillazioni di un cilindro di raggio $r$, soggetto alla gravità, che rotola senza strisciare sulla superficie interna di un altro cilindro di raggio $R > r$.

**Soluzione**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\frac{R-r}{g}} \tag{11}$$