

# Problemi di Termodinamica

Federico Grasselli, FIM-UniMoRe

7 gennaio 2015

## Problemi

### Problema 1.

Un modulo discendente di una stazione spaziale, nell'avvicinarsi alla superficie di un pianeta con velocità costante,  $v$ , trasmette i dati in merito alla pressione atmosferica  $p$  di tale pianeta alla stazione madre. I dati registrati al variare del tempo  $t$  mostrano che il rapporto

$$\frac{t \Delta p}{p \Delta t}$$

è sostanzialmente costante e pari a 3 nel tratto d'interesse. L'atmosfera risulta inoltre composta interamente da anidride carbonica. I dati trasmessi dopo l'atterraggio del modulo, avvenuto ad un'ora esatta da quando esso inizia a raccogliere i dati, sono una temperatura di 700 K, ed un'accelerazione di gravità di  $10 \text{ m/s}^2$ . Si determini

- la velocità di discesa  $v$
- la temperatura,  $T(h)$  ad un'altezza  $h = 15 \text{ km}$  dal suolo del pianeta

### Problema 2.

Si supponga che un pianeta di massa  $M$  e raggio  $r$  sia circondato da un'atmosfera a densità costante, che consiste in un gas (ideale) di massa molare  $\mu$ . Si determini la temperatura  $T$  dell'atmosfera sulla superficie del pianeta se lo strato atmosferico ha spessore  $h$ , con  $h \ll r$ .

### Problema 3.

Un cilindro verticale con sezione di area  $S$  contiene una mole di gas ideale monoatomico al di sotto di un pistone di massa  $M$ . Ad un dato istante, viene attivata una sorgente di calore che trasmette al gas una quantità di calore per unità di tempo pari a  $q$ . Si trattino le pareti del cilindro e la superficie del pistone come termicamente isolanti e si determini la velocità di corsa del pistone,  $v$ , assumendo che la pressione esterna sia pari a  $p_0$  (costante).

### Problema 4.

Un lungo dotto verticale è riempito di ghisa. L'estremo inferiore del dotto è mantenuto ad una temperatura  $T_1 > T_{fus}$  ( $T_{fus}$  è la temperatura di fusione della ghisa); l'estremo superiore ad una temperatura  $T_2 < T_{fus}$ . La conducibilità termica della ghisa fusa è  $k$  volte quella della ghisa solida. Determinare la frazione del dotto riempita di ghisa fusa.

### Problema 5.

Si dimostri che l'efficienza di un motore termico basato su un ciclo che consiste in due isoterme e due isocore è *inferiore* di quello di un motore termico che lavora secondo un ciclo di Carnot e che sfrutta la stessa sorgente di calore e lo stesso raffreddatore.

## Soluzioni ai problemi proposti

### Sol. P. 1.

Si ha che

$$\Delta p = -\rho g \Delta h \quad (1)$$

Utilizzando la legge dei gas perfetti si trova immediatamente

$$\frac{\Delta p}{p} = g \frac{\mu v \Delta t}{RT} \quad (2)$$

Sostituendo i valori numerici troviamo  $v \approx 11.0$  m/s e  $T(h = 15 \text{ km}) \approx 435$  K.

### Sol. P. 2.

*In primis* è necessario calcolare l'accelerazione di gravità alla superficie per tale pianeta. *Hoc facto*, si calcola la pressione di una colonna di gas. Si utilizza poi la legge dei gas perfetti e si trova

$$T = \frac{\mu GMh}{Rr^2}. \quad (3)$$

### Sol. P. 3.

Lavorare per unità di tempo. Si ottiene

$$v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg} \quad (4)$$

### Sol. P. 4.

Il flusso di calore, proporzionale alla conducibilità termica, alla sezione del dotto e al gradiente di temperatura dev'essere conservato lungo tutta la lunghezza del dotto. Inoltre all'interfaccia tra ghisa liquida e solida vi sarà coesistenza di fase e  $T = T_{fus}$ . Avremo pertanto

$$\kappa_{liq} S \frac{T_1 - T_{fus}}{l_1} = -\kappa_{sol} S \frac{T_2 - T_{fus}}{l_2} \quad (5)$$

da cui si ottiene facilmente

$$\frac{l_1}{l_1 + l_2} = \frac{k(T_1 - T_{fus})}{k(T_1 - T_{fus}) + (T_{fus} - T_2)}. \quad (6)$$