

PROBLEMI DI MECCANICA

PREPARAZIONE ALLE GARE REGIONALI OLIMPIADI DELLA FISICA

21 Gennaio 2015 - Elisa Menozzi, Istituto Zanelli di Reggio Emilia

Problema 1 1996 – UNA PIAZZOLA DI SOSTA

Una strada di grande comunicazione presenta delle piazzole di sosta prive di corsie di decelerazione e accelerazione; così gli automezzi che ripartono da una piazzola devono immettersi direttamente nella corsia di marcia.

Ad un certo istante un automezzo parte da una piazzola, mentre sulla corsia di marcia sorraggiunge un secondo veicolo che si muove a velocità costante. Quando il primo automezzo raggiunge la velocità del secondo (con accelerazione costante) quest'ultimo - che ha mantenuto sempre la stessa velocità - si trova ad una distanza tale da garantire la sicurezza della marcia. Ed in seguito procedono alla stessa velocità.

1. Rappresentare in modo chiaro la situazione descritta con un grafico spazio-tempo, cioè nel piano (t, x) , nel quale l'origine delle coordinate rappresenti il primo veicolo nell'istante in cui si mette in moto.

Si indichi con

a l'accelerazione del primo veicolo;

v la velocità del secondo veicolo;

d la distanza di sicurezza tra due mezzi che viaggiano alla velocità v .

2. Si determini, in funzione di a , v e d , la distanza L a cui si trovava il secondo mezzo quando il primo si è messo in moto.

Per garantire la sicurezza delle manovre, si vuole fissare un limite di velocità sulla strada in esame, in cui la visibilità dalle piazzole è sempre di almeno 350 m. Si assume che l'accelerazione di un mezzo generico sia maggiore o uguale di 1.1 m s^{-2} e che la distanza di sicurezza non sia mai inferiore a 30 m.

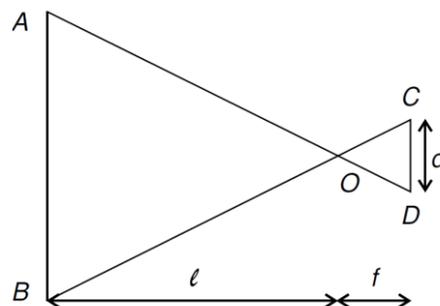
3. Come deve essere fissato il limite di velocità, espresso come multiplo intero di 10 km/h?

Problema 1 1997 – SISTEMA DI DUE PALLINE IN CADUTA

Due palline di ugual raggio e di massa rispettivamente $m_1 = 5.0 \text{ g}$ e $m_2 = 20 \text{ g}$ sono collegate mediante un filo inestensibile e di massa trascurabile. Il sistema così formato viene lasciato cadere verticalmente in aria con la pallina di massa m_2 posta più in basso rispetto alla pallina di massa m_1 . Dopo che ha percorso una certa distanza, viene ripreso con una macchina fotografica che ha una lunghezza focale $f = 100 \text{ mm}$ ed è posta ad una distanza di $\ell = 15 \text{ m}$ dal piano nel quale il sistema sta cadendo.

Un disco, con otto fori ugualmente distanziati disposti lungo la sua circonferenza, viene fatto ruotare con una velocità $\omega = 3.0 \text{ giri s}^{-1}$ davanti

1. Determinare la velocità con cui sta cadendo il sistema delle due palline.



Con il valore di velocità determinato nel quesito precedente si può assumere che la forza di resistenza dell'aria sia proporzionale al quadrato della velocità.

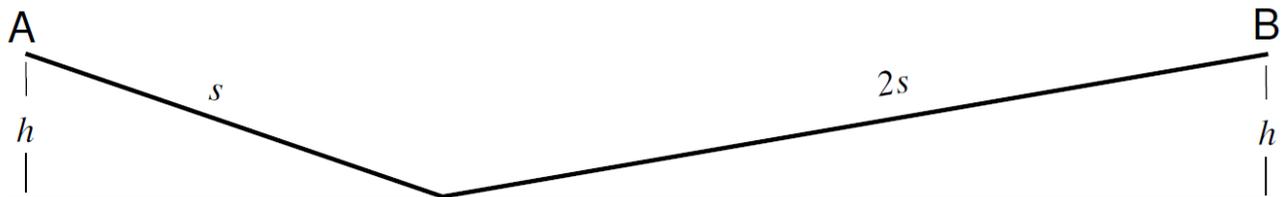
2. Determinare la tensione del filo e il coefficiente di proporzionalità della forza dovuta alla resistenza dell'aria.
3. Determinare quale sarebbe stata la massima velocità raggiunta dalla pallina di massa m_2 , se fosse stata lasciata cadere senza essere appesa all'altra pallina.

Problema 3 1999 – PIANI INCLINATI

Un corpo scivola su un piano inclinato liscio, partendo da una quota h , fissata.

1. Si dimostri che il tempo impiegato dal corpo per raggiungere il fondo è proporzionale alla lunghezza l e del piano.

In un esperimento, due piani inclinati rispettivamente di lunghezza s e $2s$ con $s = 1$ m, sono stati disposti uno di fronte all'altro come in figura. I punti A e B sono alla stessa quota $h = 30$ cm e i due piani sono raccordati in modo che un corpo possa passare dall'uno all'altro senza sobbalzi; le dimensioni del tratto di raccordo sono trascurabili rispetto alla lunghezza dei piani.



2. Tenendo conto di quanto dimostrato al punto 1, rappresentare, sullo stesso piano (v, t) , i grafici del modulo della velocità — in funzione del tempo — di un corpo che venga lasciato da fermo nel punto A oppure nel punto B; in entrambi i casi dall'istante di partenza ($t = 0$) a quello in cui si ferma nuovamente.

Si consideri invece adesso il caso in cui due corpi di uguale massa sono abbandonati contemporaneamente, uno in A e l'altro in B; dopo un certo tempo si urtano elasticamente.

3. Utilizzando il grafico precedente, o in altro modo, determinare
 - a) la posizione del secondo corpo nel momento in cui il primo ha raggiunto il fondo del piano;
 - b) l'istante e la velocità posseduta dai due corpi nel momento dell'urto;
 - c) la posizione in cui avviene l'urto.
4. Tracciare sullo stesso piano (v, t) i grafici del modulo della velocità — in funzione del tempo — di ciascuno dei due corpi, fino all'istante in cui si fermano nuovamente, dopo l'urto.

Fare in modo che i grafici sovrapposti siano ben distinguibili uno dall'altro.

Problema 1 2000 – MACCHINA DI ATWOOD

Due sferette di massa rispettivamente m ed M sono appese alle estremità opposte di un lungo filo che può scorrere attorno a due carrucole fisse; filo e carrucole hanno massa trascurabile. Sulla sferetta m appoggiato un anello di massa m_o , infilato nel filo. Il dispositivo è costruito in modo che, quando il filo scorre:

- se m si alza sopra la linea di riferimento porta su anche l'anello come in fig. 2;
- se m va più in basso della stessa linea l'anello resta appoggiato ad un apposito sostegno (la superficie inferiore dell'anello permette urti totalmente anelastici) come in fig. 3.

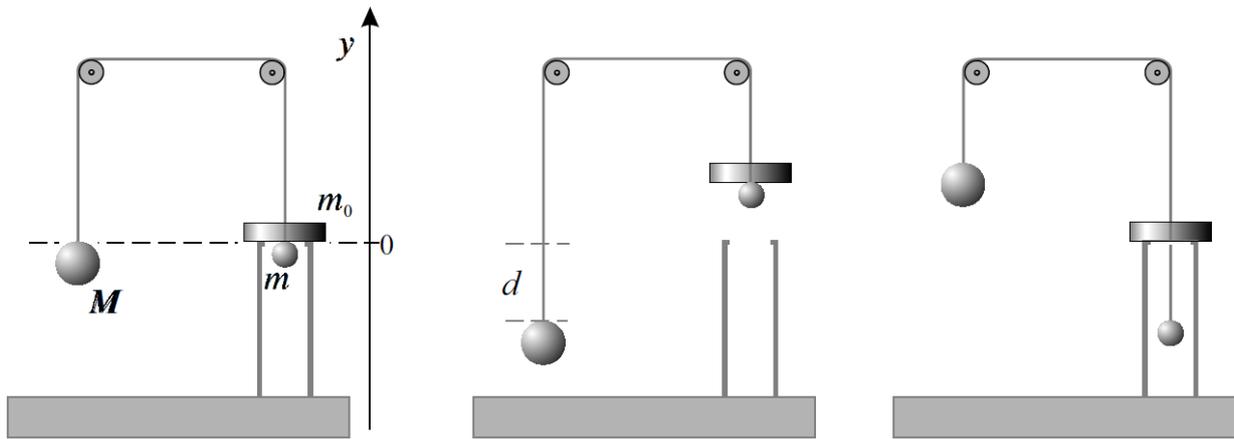


Fig.1

Fig.2

Fig.3

Rispetto alla posizione di equilibrio mostrata in fig. 1, che coincide con la linea di riferimento, il filo inizialmente viene tirato in modo che M si abbassi per una lunghezza d ; poi il tutto viene rilasciato. Si chiede di studiare il moto del sistema rispetto alla linea di riferimento ($y = 0$). In particolare si chiede di:

1. Calcolare il modulo dell'accelerazione di m quando è più in alto di M e viceversa (tali moduli verranno chiamati rispettivamente a_1 e a_2).
2. Calcolare l'istante t' nel quale m_o cade per la prima volta sul sostegno e la velocità v_1 posseduta in quell'istante.
3. Calcolare la variazione di energia meccanica del sistema in seguito all'arresto di m_o .
4. Calcolare l'istante t'' in cui m si trova nel punto più basso e quello t''' in cui m_o e m sono di nuovo in contatto.
5. Disegnare i diagrammi della posizione e della velocità di m fino all'istante t''' .

Dati numerici: $g = 9.81\text{ms}^{-2}$; $M = 90.0\text{g}$; $m = 70.0\text{g}$; $m_o = 40.0\text{g}$; $d = 0.500\text{m}$.

Problema 1 2001 – URTI RIPETUTI

Su una guida orizzontale circolare (come i binari dei trenini) e ben lubrificata possono correre senza attrito due carrelli di dimensioni trascurabili rispetto al diametro della guida.

In un certo istante uno dei carrelli, di massa m , è fermo in un punto che useremo come origine delle coordinate angolari per descrivere il moto. L'altro carrello, di massa $2m$, si sta

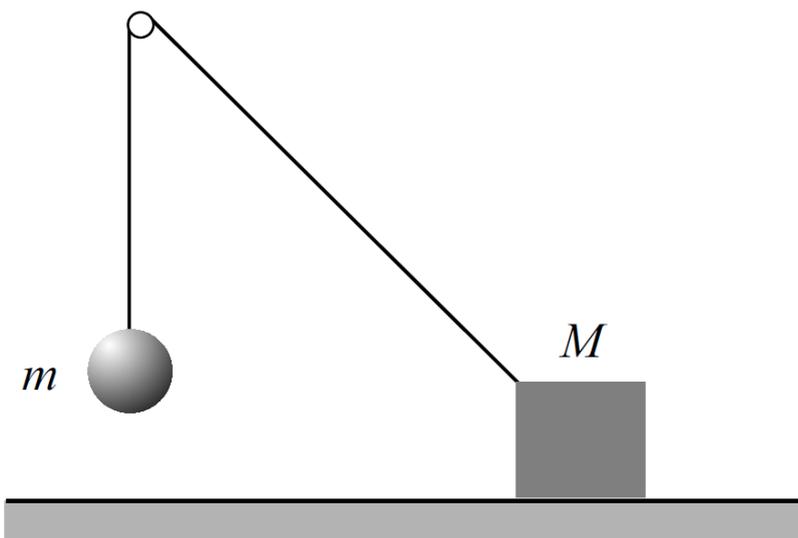
muovendo con velocità v in verso antiorario; siccome i carrelli sono vincolati alla guida, a un certo punto avviene un urto centrale elastico con il primo carrello.

1. Si dica quali sono le velocità (con i relativi versi) dei due carrelli dopo l'urto.
2. Si dica dove avviene un secondo urto, la posizione dell'urto essendo espressa come angolo in verso antiorario rispetto alla posizione iniziale del primo carrello.
3. Si trovino le velocità dei due carrelli dopo il secondo urto.
4. Si indichi la posizione del terzo urto, e poi si generalizzi al caso dell' n -esimo urto.

Problema 3 2002 – EQUILIBRIO PER ATTRITO

Un blocco di massa M , appoggiato su un piano orizzontale scabro, è unito mediante un filo (inestensibile e di massa trascurabile) a un secondo corpo di massa $m = M/2$. Il filo viene fatto passare su una carrucola posta a una certa altezza sopra il piano in modo che il secondo corpo resti sospeso mentre il tratto di filo che va dal blocco alla carrucola forma un angolo di 45° con la verticale.

Dalla sola osservazione che il sistema è in equilibrio, si possono ricavare informazioni circa il coefficiente di attrito statico tra il blocco e il piano e sul rapporto delle due masse.



1. Mostrare che l'equilibrio del sistema è possibile se il coefficiente d'attrito statico tra blocco e piano è maggiore di un certo valore μ_0 e determinare tale valore.

L'equilibrio è possibile anche con un rapporto di masse maggiore di quello dato, ma fino ad un certo limite, oltre il quale i due corpi non possono rimanere fermi in quella posizione, qualunque sia il valore del coefficiente d'attrito statico.

2. Quanto può valere al massimo il rapporto m/M tra le due masse perché il sistema resti in equilibrio nella posizione data?

Successivamente si mette in oscillazione il corpo sospeso, con un'ampiezza θ (angolo massimo rispetto alla verticale) mentre il blocco rimane fermo sul piano. Ripetendo la prova con ampiezze di oscillazione progressivamente crescenti, si osserva che per $\theta = 30^\circ$ nell'istante in cui il corpo che oscilla passa nel punto più basso, il blocco inizia a muoversi sul piano.

3. Mostrare che è possibile adesso determinare il valore del coefficiente d'attrito statico (sempre nel caso $m = M/2$).

Problema 1 2003 – SONDA SOHO (SOLar & Heliospheric Observatory)

La sonda SOHO è stata mandata in orbita solare per studiare la struttura interna del Sole, la sua atmosfera ed il vento solare. In prima approssimazione si può affermare che essa staziona costantemente in un punto lungo la linea che congiunge la Terra al Sole.

1. Quanto dista SOHO dalla Terra?

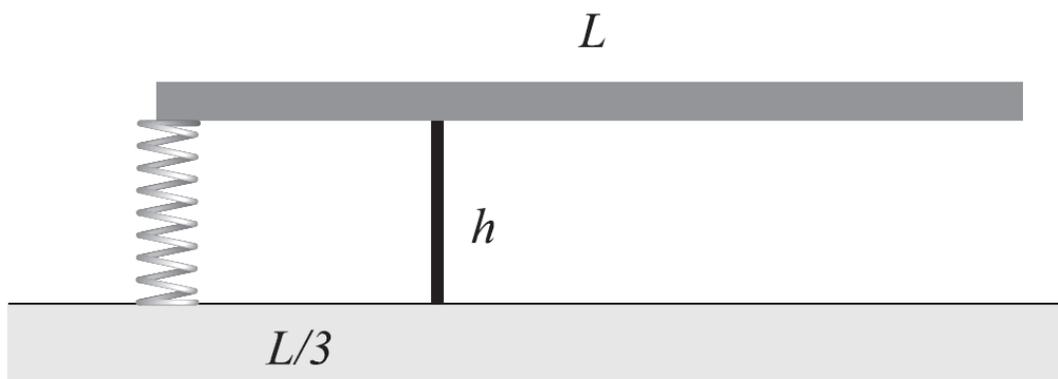
Nota: assumere l'orbita della Terra come circolare. Possono essere utili i seguenti dati:

- Distanza Sole - Terra 149.6×10^9 m.
- Rapporto fra la massa della Terra e quella del Sole $\alpha = 3.00 \times 10^{-6}$.

Suggerimento: ricorda che $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, se $x \ll 1$.

Problema 1 2006 – UNA TRAVE COME BILANCIA

Una trave rigida di lunghezza $L = 6$ m e massa $M = 360$ kg è appoggiata su un sostegno di altezza $h = 50$ cm a $1/3$ della sua lunghezza; per stare orizzontale l'estremo più vicino al sostegno è fissato al pavimento con una molla la cui lunghezza di riposo è metà di quella attuale.



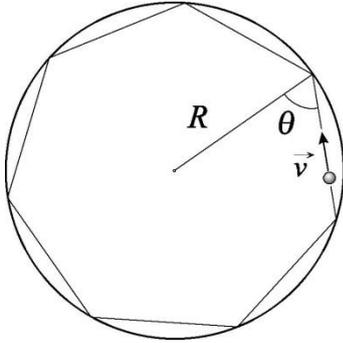
1. Determinare la costante elastica della molla.
 2. Determinare la forza vincolare garantita dal sostegno.
- Se un bambino sale sull'estremo libero della trave, questo si abbassa di un tratto pari a $1/5$ dell'altezza del sostegno.
3. Quanto pesa il bambino?

Note: Le dimensioni della sezione della trave sono trascurabili rispetto alla lunghezza. Assumere inoltre, in ogni caso, che l'angolo formato dalla trave con il piano orizzontale sia piccolo. Si approssimi il valore dell'accelerazione di gravità ponendo $g = 10\text{ms}^{-2}$

Problema 1 2008 - GIROTONDO

Un oggetto di massa m e dimensioni trascurabili, in moto a velocità \vec{v} , incide sul bordo di una guida circolare priva di attrito con angolo θ rispetto alla normale, rimbalzando elasticamente. La guida, di raggio R , è fissata su un piano orizzontale, anch'esso senza attrito, e la traiettoria risultante è un poligono di n lati inscritto nella guida circolare.

La figura mostra un esempio di questa situazione per una traiettoria poligonale di 7 lati ($n = 7$).



1. Determinare innanzitutto la variazione di quantità di moto di un corpo di massa m che urta una parete piana e priva di attrito, con velocità \vec{v} che forma un angolo θ con la normale alla parete e il valor medio dell'intensità della forza che la parete esercita sul corpo se questa agisce in un intervallo di tempo δt .
2. Nel caso esposto sopra di una traiettoria poligonale di n lati entro la guida circolare, quanto vale l'intensità media della forza che la parete circolare esercita sul corpo, assumendo ora che δt sia l'intervallo di tempo tra due urti successivi?
3. Passando al limite per n infinitamente grande che significato ha l'espressione trovata al punto precedente?