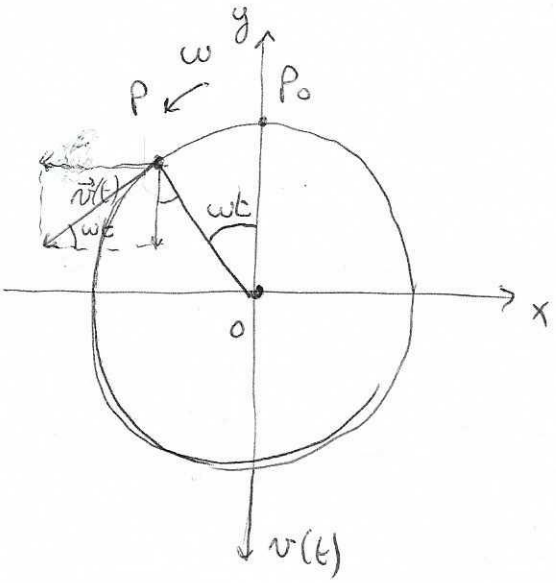
UN ESERCIZIO AL GIORNO - CADUTA DI UNA MONETA



ω velocità angolare

v(t) velocità del centro di massa

$\vec{a} = -g\,\hat{y}$

1. Scrivere modulo velocità di P in funz. di t. Se a $t_0 = 0$s P si trova sulla verticale

Composizione moto circ. uniforme e moto unif. acc.

$$\begin{cases} x = -R\,\mathrm{sen}\,\omega t \\ y = R\cos\omega t - \frac{1}{2}g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = -v\cos\omega t = -\omega R\cos\omega t \\ v_y = -v\,\mathrm{sen}\,\omega t - g t = -\omega R\,\mathrm{sen}\,\omega t - g t \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2\omega t + \omega^2 R^2 \mathrm{sen}^2\omega t + g^2 t^2 + 2R\omega g t\,\mathrm{sen}\,\omega t}$$

$$= \sqrt{\omega^2 R^2 + g^2 t^2 + 2R\omega g t\,\mathrm{sen}\,\omega t}$$

2. t > 0 determina posizione di un punto della moneta con velocità nulla

Il punto non può avere componenti di velocità orizzontali

$\underbrace{\omega d}_{\text{velocità moto circ.}} - \underbrace{g t}_{\text{velocità centro di massa}} = 0$ (si deve trovare lungo un diametro orizz.)

$\boxed{d = \dfrac{g t}{\omega}}$ poiché $d \le R$

il punto esiste solo per $\dfrac{g t}{\omega} \le R \Rightarrow \boxed{t \le \dfrac{R\omega}{g}}$

3. $t > 0$ determinare posizione di un punto con accelerazione nulla.

L'accelerazione $\omega^2 d$ deve annullare quella del centro di massa (g). Questo può avvenire solo se il p.to si trova su un diametro verticale (perché in tal caso l'accelerazione centripeta non ha componenti orizzontali)

$$|\omega^2 d| = |g| \Rightarrow d = \left|\frac{g}{\omega^2}\right| < R$$

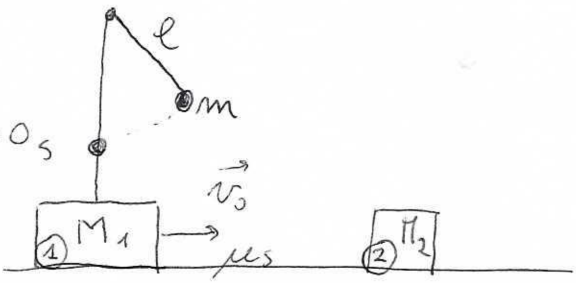
d nel semiasse negativo delle y.

L

condizione $\left|\frac{g}{\omega^2}\right| < R$ $\quad \frac{\omega^2}{g} > \frac{1}{R}$ $\quad \omega^2 > \frac{g}{R}$

UN PENDOLO SU UN BLOCCO MOBILE

UN ESERCIZIO AL GIORNO

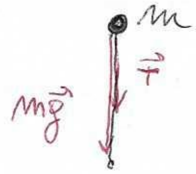


Dopo l'urto il primo blocco si arresta

1. Determinare massa secondo blocco
   Uniche forze agenti sono quelle impulsive orizzontali tra i due blocchi. Trascurando m, $M_2 = M_1 = M$, solo in questo caso in un urto elastico M_1 si ferma
2. μ_s abbastanza grandi da impedire strisciamenti $\longrightarrow$ trovare $v_{0\,min}$ perché avvenga giro completo.
   v iniziale pendolo $= v_0$
   nel p.to più alto: $\frac{1}{2} m v_0^2 = mg(2 \cdot l) + \frac{1}{2} m v^2$

① $\boxed{v^2 = v_0^2 - 4gl}$ velocità p.to più alto.

Troviamo tensione filo nel p.to più alto



② $\boxed{T + mg = m\frac{v^2}{l}} \rightarrow$ forza centripeta

$$\boxed{T} = m\frac{v^2}{l} - mg = m\frac{(v_0^2 - 4gl)}{l} - mg =$$

$$= m\frac{v_0^2}{l} - 4mg - mg = \boxed{m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right)}$$

Perché avvenga giro completo $T \geq 0$

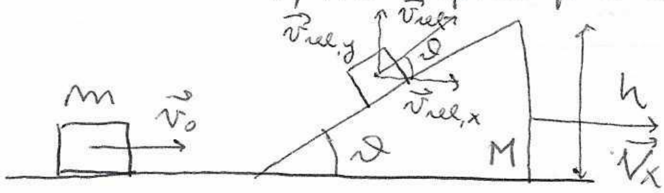
$$T = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right) \geq 0 \Longrightarrow \boxed{v_0 \geq \sqrt{5gl}}$$

URTO MASSA-PEDANA

UN ESERCIZIO AL GIORNO

M libero di muoversi. m in moto con $\vec{v}_0$.

Per quali valori di v_0, m supera piano inclinato



Conserviamo energia e quantità di moto.

1°: istante appena precedente urto

2°: istante in cui m si trova nel p.to più alto del blocco.

cons. E MECCANICA ① $\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left[(v_{rel,x} + V_x)^2 + v_{rel,y}^2 \right] + \frac{1}{2} M V_x^2 + mgh$

cons. $\vec{q}$ ORIZZ. ② $\Rightarrow m v_0 = m (v_{rel,x} + V_x) + M V_x$

③ $\Rightarrow v_{rel,y} = v_{rel,x} \cdot tg\vartheta \Rightarrow tg\vartheta = \frac{v_{rel,y}}{v_{rel,x}}$

$v_{0\,min}$ perché m arrivi nel p.to più alto della pedana:

$v_{rel,x} = v_{rel,y} = 0$

Sostituiamo in ①

$$\frac{1}{2} m v_{0\,min}^2 = \frac{1}{2} m V_x^2 + \frac{1}{2} M V_x^2 + mgh$$

Da ②:

$$m v_{0\,min} = m V_x + M V_x \Rightarrow V_x (m + M) = m v_{0\,min} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_x = \frac{m v_{0\,min}}{m + M}$$

Da ①:

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_{0\,min}^2 = \frac{1}{2} \cancel{(m+M)} \frac{m^2 v_{0\,min}^2}{(m+M)^{\cancel{2}}} + \cancel{m} g h$$

$$\frac{1}{2} v_{0\,min}^2 \left(1 - \frac{m}{m+M} \right) = g h$$

$$v_{0\,min}^2 = \frac{2gh}{1 - \frac{m}{m+M}} = \frac{2gh(m+M)}{M}$$

$$\boxed{v_{0\,min} = \sqrt{\frac{2gh(m+M)}{M}}}$$

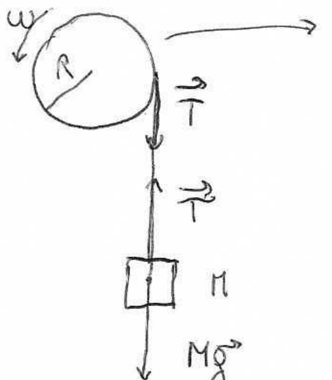
per $v_0 > v_{0\,min}$ la pedana viene superata

$M \to +\infty \qquad v_{0\,min} = \sqrt{2gh}$

$M \to 0 \qquad v_{0\,min} = +\infty$

CARRUCOLA

UN ESERCIZIO AL GIORNO



cilindro libero di ruotare attorno al suo asse

calcolare accelerazione e e tensione T

Momento torcente:

$$\tau = I \cdot \alpha = -T \cdot R \Rightarrow \alpha = -\frac{T \cdot R}{I} \quad (1)$$

2ª legge dinamica

$$Ma = Mg - T \Rightarrow T = Mg - Ma \quad (2)$$

Da (1). considerando $|a| = |\alpha \cdot R| \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$

$$\frac{a}{R} = \frac{TR}{I} \Rightarrow a = \frac{TR^2}{I} \overset{(2)}{=} \frac{(Mg - Ma)R^2}{I}$$

$$Ia = MgR^2 - MaR^2$$

$$a(I + MR^2) = MgR^2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{MgR^2}{I + MR^2}}$$

dalla (2)

$$\boxed{T} = Mg - Ma = Mg - \frac{M^2 g R^2}{I + MR^2} =$$

$$= \frac{IMg + \cancel{M^2 g R^2} - \cancel{M^2 g R^2}}{I + MR^2} = \boxed{\frac{IMg}{MR^2 + I}}$$

m_1 viaggia v_0, massa-molla m_2 inizialmente ferma.
Costante molla K (no attrito)

1. Massima compressione molla quando m_1 ed m_2 hanno uguale velocità (si muovono come unico corpo)

(1) cons. $\vec{q}$ $\quad m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v'$

(2) $\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2) v'^2 + \frac{1}{2} K x_{max}^2$

da (1) $\quad v' = \dfrac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}$

da (2)

$$K x_{max}^2 = m_1 v_0^2 - \cancel{(m_1+m_2)} \frac{m_1^2 v_0^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}}$$

$$K x_{max}^2 = \frac{\cancel{m_1^2 v_0^2} + m_1 m_2 v_0^2 - \cancel{m_1^2 v_0^2}}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{x_{max} = \sqrt{\frac{1}{K} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}\; v_0}$$

2. dopo collisione, viaggiano nella stessa direzione: trovare v_1 e v_2

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$v_2 = \frac{m_1 v_0 - m_1 v_1}{m_2}$$

$$m_1 v_0^2 = m_1 v_1^2 + \cancel{m_2} \frac{(m_1^2 v_0^2 + m_1^2 v_1^2 - 2 m_1^2 v_0 v_1)}{m_2^{\cancel{2}}}$$

$$m_1 m_2 v_0^2 = m_1 m_2 v_1^2 + m_1^2 v_0^2 + m_1^2 v_1^2 - 2 m_1^2 v_0 v_1$$

$$v_1^2 (m_1^2 + m_1 m_2) - 2 m_1^2 v_0 v_1 + m_1^2 v_0^2 - m_1 m_2 v_0^2 = 0$$

$$V_{1_{1,2}} = \frac{m_1^2 V_0 \pm \sqrt{\cancel{m_1^4 V_0^2} - \cancel{m_1^4 V_0^2} + \cancel{m_1^3 m_2 V_0^2} - \cancel{m_1^3 m_2 V_0^2} + m_1^2 m_2^2 V_0^2}}{m_1^2 + m_1 m_2}$$

$$V_{1_{1,2}} = \frac{m_1^2 V_0 \pm m_1 m_2 V_0}{m_1 (m_1 + m_2)} = \frac{\cancel{m_1} V_0 (m_1 \pm m_2)}{\cancel{m_1} (m_1 + m_2)}$$

$\ominus$ $$\boxed{V_1 = V_0 \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}}$$

$\oplus$ $V_1 = V_0$ N.A.

$$V_2 = \frac{m_1 V_0 - m_1 \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} V_0}{m_2}$$

$$\boxed{V_2} = \frac{\cancel{m_1^2 V_0} + m_1 m_2 V_0 - \cancel{m_1^2 V_0} + m_1 m_2 V_0}{m_2 (m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{2 m_1 \cancel{m_2} V_0}{\cancel{m_2} (m_1 + m_2)} = \boxed{\frac{2 m_1 V_0}{m_1 + m_2}}$$