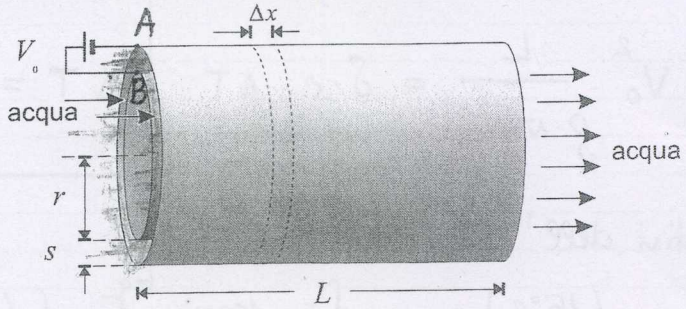
PREPARAZIONE GARA II LIVELLO della XXXI OLIMPIADE ITALIANA di FISICA
Prof. G. BASSOLI – 13 FEBBRAIO 2017, lunedì
Materiale didattico raccolto da A.I.F. – PROGETTO OLIMPIADI

ELETTRICITÀ e MAGNETISMO.

PROBLEMA 1 – Riscaldatore elettrico da "GARA II Liv. – 2015" [Punti 10]

Un riscaldatore elettrico di acqua è formato da due cilindri coassiali metallici di lunghezza L. Il raggio del cilindro interno vale r e s è la distanza tra i due cilindri, con $s \ll r$. I due cilindri sono collegati ad un generatore che fornisce una bassa tensione V_0. L'acqua scorre tra i due cilindri parallelamente al loro asse con velocità v e viene riscaldata dalla corrente elettrica che la attraversa.



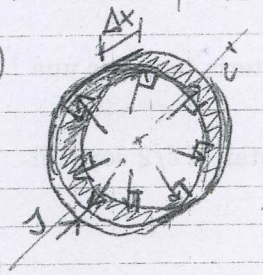
1. Specificare, motivando, se la corrente elettrica scorre: (a) parallelamente all'asse dei cilindri; (b) attorno al cilindro interno, descrivendo circonferenze perpendicolari all'asse; (c) perpendicolarmente all'asse dei cilindri, in direzione radiale.

Si indichi con δ la densità dell'acqua, con ρ la sua resistività e con c il suo calore specifico. Si trascurino la capacità termica dei due cilindri e il trasferimento di calore all'ambiente.
Si consideri un sottile tratto d'acqua di larghezza Δx. In funzione dei parametri forniti, si calcoli:

2. La sua resistenza elettrica.
3. La quantità di calore che assorbe nel passaggio attraverso l'intercapedine tra i cilindri.
4. La variazione di temperatura ΔT che subisce.

SOLUZIONE

1) I cilindri A e B costituiscono i 2 elettrodi (A^- e B^+). La corrente (con l'acqua fluente che chiude il circuito tramite la dissociazione elettrolitica sua e dei sali in essa disciolti) è radiale, da B ad A. (δ, ρ, c di H_2O → sono noti)

2) 

$$\Delta V_{el} = 2\pi r \cdot \rho \cdot \Delta x \qquad \Delta S = \frac{\Delta V_{el}}{s} \; (= S)$$

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{s}{2\pi r \cdot \Delta x}}$$ (per un sottile strato d'H_2O lungo Δx)

3) Il riscaldamento dell'H_2O per effetto Joule durante il tempo impiegato ad attraversare lo spazio tra i due cilindri è data da:

$$\Delta Q = P \cdot \Delta t = \frac{V_0^2}{R} \cdot \Delta t \quad \text{con} \quad \Delta t = \frac{L}{v} \text{ (moto uniforme)};$$

quindi

$$\boxed{\Delta Q = V_0^2 \frac{2\pi r \cdot \Delta x}{\rho \cdot s} \cdot \frac{L}{v}}$$

v = vel. del sottile strato d'H_2O (vel. media)

4) La variazione di temperatura è data da ΔT; si ricava da:

$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

La massa del sottile strato d'H_2O è: $m = d \cdot \Delta V_{ol} = 2\pi r \cdot s \, \Delta x \cdot \delta$

Quindi si ottiene:

$$V_0^2 \cdot \frac{2\pi r \cdot \Delta x}{\rho \cdot s} \cdot \frac{L}{\nu} = 2\pi r \cdot s \cdot \Delta x \cdot \delta \cdot c \cdot \Delta T$$

$$V_0^2 \cdot \frac{L}{\rho \cdot \nu s^2} = \delta \cdot c \cdot \Delta T \qquad \boxed{\Delta T = \frac{V_0^2 \cdot L}{c \rho \cdot s^2 \delta \nu}}$$

Parametri indicativi dell'H_2O distillata:

$c = 4186 \ \frac{J}{kg \cdot K}$ (15°C) $\qquad \delta = 1000 \ \frac{kg}{m^3}$ (4°C) $\qquad \rho_{MARE\ 20°C} = 2{,}00 \cdot 10^{-1} \ \Omega m$

$\rho_{H_2O\ potabile\ 20°C} \rightarrow$ da $2{,}00 \cdot 10^{1}$ a $2{,}00 \cdot 10^{3}$

PROBLEMA 2 — da "GARA NAZ. 1995"

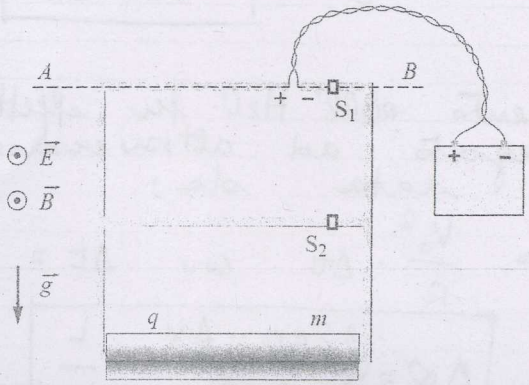
– Interazioni elettromagnetiche

100 Punti

Si consideri il circuito elettrico mostrato in figura. Il circuito ha la forma di un quadrato di lato $\ell = 10\,\text{cm}$ ed è realizzato con un filo di ottone – di sezione circolare e di diametro $d = 0.8\,\text{mm}$ – che ha una resistività elettrica $\rho = 0.6 \times 10^{-6}\,\Omega\,\text{m}$. Il circuito è sospeso in modo da poter oscillare intorno al lato superiore, sull'asse AB.

I due microinterruttori S_1 e S_2 sono di dimensioni trascurabili. La batteria possiede una *fem* pari a $\mathcal{E} = 2.5\,\text{V}$.

Il ramo centrale, contenente il microinterruttore S_2, è posto a una distanza $\ell/2$ sopra il lato inferiore.



Il lato inferiore del circuito è ricoperto da un involucro isolante di massa $m = 21\,\mathrm{g}$, su cui è depositata una carica statica positiva $q = 4.9 \times 10^{-7}\,\mathrm{C}$.

Si assuma che la massa di tutti i componenti del circuito sia trascurabile rispetto a quella dell'involucro che porta la carica.

Il circuito mantiene la propria forma indipendentemente dallo stato degli interruttori.

Un campo magnetico uniforme di modulo $B = 10^{-1}\,\mathrm{T}$ e un campo elettrico, pure uniforme, di modulo $E = 105\,\mathrm{V/m}$ sono entrambi orientati perpendicolarmente al piano della pagina e puntano in fuori.

1. Se entrambi gli interruttori sono aperti, si determini l'angolo di equilibrio, θ, che il piano del circuito fa con la verticale.

2. Se, invece, S_1 è chiuso e S_2 è aperto, si determini l'angolo θ corrispondente alla nuova posizione di equilibrio.

3. Con S_1 aperto e S_2 chiuso, il circuito viene ruotato, con velocità angolare costante, dalla posizione verticale verso il basso, $\theta = 0°$, alla posizione orizzontale, nella quale il suo lato inferiore punta in fuori dal piano della pagina, $\theta = +90°$, in un tempo $\Delta t = 1\,\mathrm{ms}$. Si determini il lavoro richiesto per eseguire questa operazione, nell'ipotesi che l'attrito meccanico del sistema di supporto sia trascurabile.

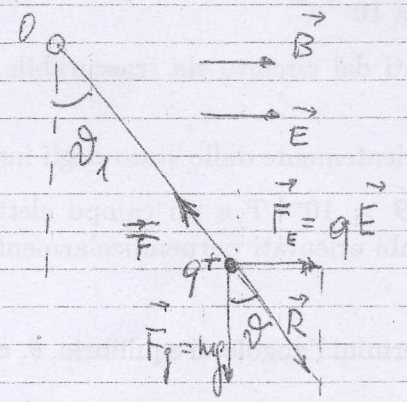
4. Il circuito è ora lasciato libero nella posizione verticale con entrambi gli interruttori aperti. Mostrare che le piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio sono armoniche e calcolarne il periodo.

5. Quale sarà l'effetto della chiusura di S_2 durante il moto di cui alla domanda precedente?

SOLUZIONE

INTERRUTTORI APERTI

1) Con gli interruttori aperti non ci sono correnti, c'è solo la carica statica più bassa, per cui l'equilibrio si ottiene equilibrando tensione $\vec{T}$, peso $\vec{F}_g$ e forza elettrica $\vec{F}_e$

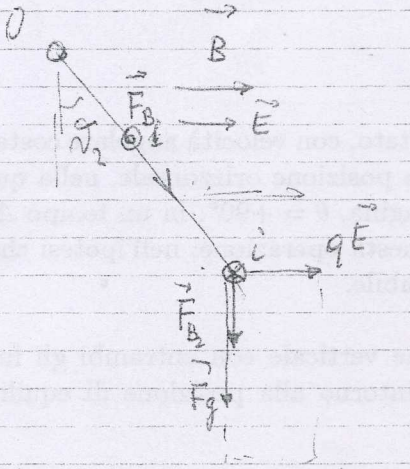


$$\tan\vartheta_1 = \frac{F_E}{F_g} = \frac{qE}{mg} = \frac{4{,}9\cdot 10^{-7}\,C \cdot 10^{5}\,\frac{V}{m}}{0{,}021\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} =$$

$$\simeq 0{,}2379 \qquad \vartheta_1 = \arctan 0{,}2379 = 13{,}38^\circ =$$

$$= 13^\circ 23'$$

2) S_1 CHIUSO , S_2 APERTO



r = resistenza di un lato

$R = 4r$ = " totale

$$r = \frac{\rho \cdot l}{S} = \qquad S = \pi r^2 = \pi \cdot (4\cdot 10^{-4})^2\,m^2 =$$

$$= 5{,}0265\cdot 10^{-7}\,m^2$$

$$= \frac{0{,}6\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}1}{5{,}0265\cdot 10^{-7}}\,\Omega =$$

$$\simeq 0{,}12\,\Omega \qquad R = 0{,}48\,\Omega$$

La corrente che circola è:

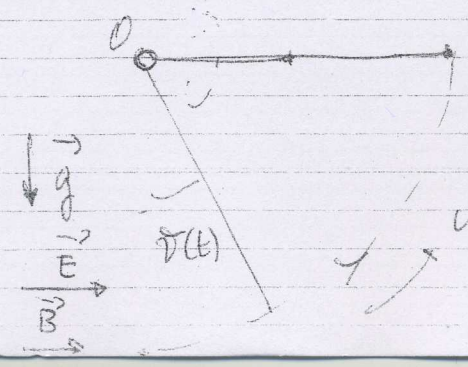
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2{,}5\,V}{0{,}48\,\Omega} = 5{,}2\,A$$

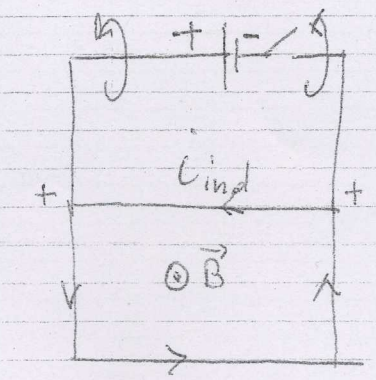
La forza magnetica agente sul filo sotto è: $\vec{F}_B = i\vec{l} \wedge \vec{B}$,

con modulo $F_B = 5{,}2\,A \cdot 0{,}1\,m \cdot 0{,}10\,T \cdot \sin 90^\circ = 0{,}0524\,N \pm 0{,}052\,N$

$$\vartheta_2 = \arctan\left(\frac{4{,}9\cdot 10^{-7}\,C\cdot 10^{5}\,\frac{V}{m}}{0{,}021\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} + 0{,}0524\,N}\right) = \arctan(0{,}1899) = 10{,}76^\circ = 10^\circ 45'$$

3) S_1 APERTO , S_2 CHIUSO





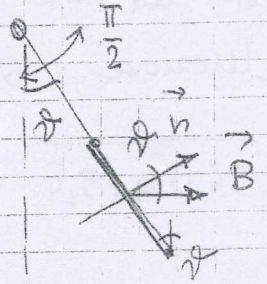
$\Delta U_g = m\cdot g\cdot l \;(>0)$

$\Delta U_E = -qE\cdot l \;(<0)$

(carica + che si sposta in direzione di $\vec{E}$)

Quindi occorre poi calcolare quanto calore si dissipa per le correnti indotte nella lamina riflettore del circuito; in esso si produce un $\Phi_B(t)$ variabile; in un istante qualunque si ha:

$$\Phi_B(t) = \vec{B} \times_n \vec{S} = B \cdot \left(l \cdot \frac{l}{2}\right) \cdot \cos\vartheta = B \cdot \frac{l^2}{2} \cos(\omega t)$$



Per la L di F-N-L (induz. e.m.) si ha che la fem indotta è:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = \omega \frac{Bl^2}{2} \sin\omega t$$

Conseguente alla $\mathcal{E}$ si è energia dissipata per effetto Joule; all'istante generico t si ha:

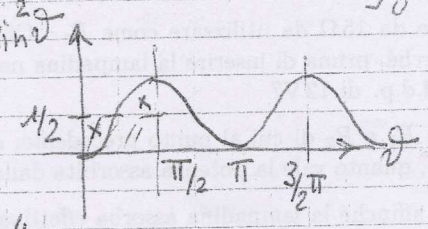
$$P(t) = \frac{\mathcal{E}^2(t)}{R_{inf}} = \frac{1}{R_{inf}} \cdot \frac{B^2 l^4 \omega^2}{4} \cdot \sin^2 \omega t$$

L'energia dissipata (in calore ΔQ, e quindi spesa da chi fa ruotare il circuito) si ottiene con un integrale:

$$Q = P(t) \cdot t \rightarrow \Delta Q = \frac{B^2 \cdot l^4 \cdot \omega^2}{4 R_{inf}} \cdot \int_0^{\Delta t} \sin^2 \omega t \, dt \; ; \; [d\vartheta = \omega \, dt]$$

$$\int_0^{\Delta t} \sin^2 \omega t \, dt = \int_0^{\omega \cdot \Delta t} \sin^2 \vartheta \cdot \frac{d\vartheta}{\omega} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \vartheta \, d\vartheta =$$

$$= \frac{1}{\omega} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4\omega}$$



$$\omega = \frac{\pi/2}{\Delta t} = \frac{\pi/2}{0{,}001\,s} = 1571 \; rad/s$$

$$Q = \frac{B^2 l^4 \cdot \omega^2}{4 R_{inf}} \cdot \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi B^2 l^4}{16 R_{inf}} \omega$$

$$R_{inf} = 3r = 3 \cdot \frac{\rho \cdot l}{S} = 0{,}36\,\Omega$$

Il lavoro totale, per sollevare il circuito, è quindi dato da 2 contributi positivi e da uno negativo:

$$\Delta L = \Delta U_g + \Delta U_E + \Delta Q = m \cdot g \cdot l - q \cdot E \cdot l + \frac{\pi B^2 l^4 \cdot \omega}{16 \cdot R_{inf}} =$$

$$= 0{,}021\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}1\,m - 4{,}9 \cdot 10^{-7}\,C \cdot 10^{5} \frac{N}{C} \cdot 0{,}1\,m + \frac{\pi \cdot 10^{-2}\,T^2 \cdot 10^{-4}\,m^4 \cdot 1571 \frac{rad}{s}}{16 \cdot 0{,}32\,\Omega} =$$

$= (0{,}0206 - 0{,}0049 + 0{,}0010)\,J = 0{,}0167\,J \cong 17\,mJ$

4) Quando i due interruttori sono aperti, la posizione di equilibrio del circuito forma un angolo di 13,38° con la verticale.

Il circuito in verticale ($\vartheta = 0°$) è "spostato" di un angolo (piccolo) $\gamma = \vartheta - \vartheta_{eq}$ dalla posizione di equilibrio.

È come se il circuito fosse sottoposto ad una forza costante $\vec{R} = \vec{F}_g + \vec{F}_E$ che dà una accelerazione $a = \frac{|\vec{R}|}{m} =$

$$= \frac{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = \sqrt{96{,}1714 + 5{,}4} = 10{,}08\ \frac{m}{s^2}$$

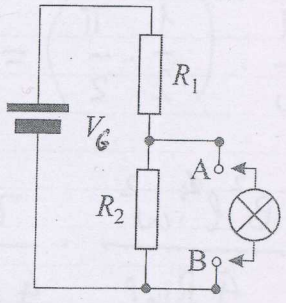
Il sistema compie perciò oscillazioni armoniche attorno alla posizione di equilibrio, con periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}} = 2\pi \cdot 0{,}1 = 0{,}63\,s$

5) Con la chiusura di S_2 si produrranno correnti di Foucault che riporteranno il "pendolo" nella posizione di equilibrio (a 13,38° con la verticale).

PROBLEMA 3 - Come accendere una lampadina - da "GARA II liv. - 2012"

P 3 Una lampadina da 20 W di potenza nominale deve essere alimentata a 12 V, ma si dispone solamente di un alimentatore (generatore di f.e.m.) con $V_G = 48$ V; la si vuole accendere utilizzando il circuito rappresentato in figura.

Fig. 1



1. Si dispone di un resistore da 15 Ω da utilizzare come R_1. Che valore deve avere la resistenza R_2 perché, prima di inserire la lampadina nel circuito, fra i punti A e B vi sia una d.d.p. di 12 V?
2. Se, utilizzando i valori di R_1 e R_2 di cui al punto precedente, si inserisce la lampadina ai punti A e B, quanto vale la potenza assorbita dalla lampadina?
3. Che valore di R_2 occorre affinché la lampadina assorba effettivamente la potenza nominale di 20 W?
4. Potendo variare anche il valore di R_1, quali valori conviene dare a R_1 e R_2 affinché la potenza erogata dal generatore sia minima, pur continuando la lampadina ad assorbire 20 W?

NOTA: *Trascurare la dipendenza delle resistenze dalla temperatura.*

Soluzione

Lo schema di Fig. 1 è un partitore di tensione.

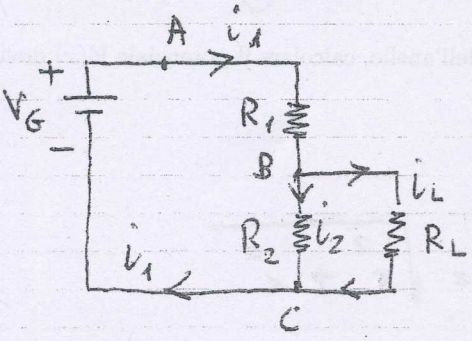
1) Per la II L. di Kirchhoff: $V_G + V_1 + V_2 = 0$ - $V_G - R_1 i - V_2 = 0$

$$i = \frac{V_G - V_2}{R_1} = 2,4\ A \qquad R_2 = \frac{12\ V}{2,4\ A} = 5\ \Omega$$

2) La lampadina può essere alimentata al massimo a 12 V (tensione nominale) - Quindi avrà resistenza:

$$P = \frac{V_2^2}{R_L} \qquad R_L = \frac{V_2^2}{P} = \frac{(12\ V)^2}{20\ W} = \frac{144\ V^2}{20\ W} = 7,2\ \Omega$$

Pertanto inserendo le lampadine si avrà:



$$R_{BC} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} = \frac{5 \cdot 7,2}{5 + 7,2}\ \Omega = 2,951\ \Omega$$

$$R_{BC} \cong 3,0\ \Omega$$

$$i_1 = \frac{V_G}{R_1 + R_{BC}} = \frac{48\ V}{(15+3)\ \Omega} = 2,\bar{6}\ A \cong 2,7\ A$$

$$\Delta V_{BC} = R_{BC} \cdot i_1 = 7,89\ V \cong 7,9\ V \qquad P_L = \frac{\Delta V_{BC}^2}{R_L} = \frac{(7,9\ V)^2}{7,2\ \Omega} \cong 8,6\ W$$

$[i_L \cong 1,1\ A\ ;\ i_2 \cong 1,6\ A]$ $[P_G = V_G \cdot i_1 = 128\ W]$ $[P_1 = 107\ W\ ;\ P_2 = 12\ W]$

3) Perché ci sia nelle lampadine la potenza nominale $P = 20\ W$ con la tensione nominale $V_2 = 12\ V$ la corrente circolante nelle lampadine deve essere:

$$i_0 = \frac{P}{V_2} = \frac{20\ W}{12\ V} = 1,\bar{6}\ A \cong 1,7\ A \quad ;\ \text{con}: \Delta V_{BC} = 12\ V$$

$$V_G - R_1 \cdot i - \Delta V_{BC} = 0 \qquad i = \frac{(48-12)\ V}{R_1} = \frac{36\ V}{15\ \Omega} = 2,4\ A$$

$$i_2 = 2,4\ A - 1,\bar{6}\ A = 0,7\bar{3}\ A \qquad (i - i_0)$$

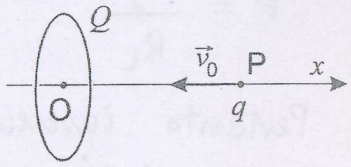
$$\bar{R}_2 = \frac{12\ V}{0,7\bar{3}\ A} = 16,\bar{36} \cong 16,4\ \Omega$$

4) La lampadina deve assorbire 20 W, quindi R_1 ed R_2 devono assorbire meno energia possibile - Conviene quindi rendere minima la corrente circolante in R_1 ed R_2; quindi occorre eliminare R_2 - Dal punto 1), in tal caso, si avrebbe che $R_2 = \frac{1}{3} R_1$, quindi $\bar{R} = 7,2 \cdot 3 = 21,6\ \Omega$ - In tal caso: $i = \frac{48\ V}{(21,6+7,2)\ \Omega} = \frac{48\ V}{4 \cdot 7,2\ \Omega} = \frac{12\ V}{7,2\ \Omega} = 1,\bar{6}\ A \cong 1,7\ A$

$P_G = 48V \cdot 1{,}6\,A = 80\,W$ $\quad P_1 = 36V \cdot 1{,}6A = 60\,W$ $\quad P_L = 20\,W$

PROBLEMA 4 - ANELLO ELETTRICO da "GARA II liv. - 2016"

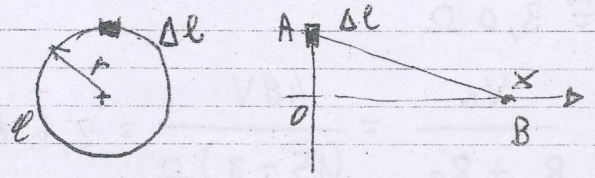
Una carica $Q = +1.5\,\text{nC}$ è distribuita su un sottile anello conduttore di raggio $r = 10\,\text{cm}$. Una particella di carica $q = +3.2 \times 10^{-19}\,\text{C}$ viene lanciata verso il centro dell'anello da un punto P, posto sull'asse di questo, a distanza $d = 2\,\text{m}$. Si osserva che la particella riesce a passare attraverso il centro O dell'anello solo se ha velocità $\vec{v}_0$ di modulo superiore a $1.11 \times 10^5\,\text{m s}^{-1}$.



1. Indicando con x la distanza di un punto dell'asse dal centro dell'anello, calcolare il potenziale $V(x)$ dovuto alla carica sull'anello.
2. Calcolare la massa della particella.

SOLUZIONE

1)



$$AB = \sqrt{r^2 + x^2}$$

Il potenziale elettrico dovuto in x da una porzione infinitesima di carica Δq si ricava da $\Delta V(x) = k_0 \cdot \dfrac{\Delta q}{\sqrt{r^2+x^2}}$

Con $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \simeq 8{,}99 \cdot 10^9\ \dfrac{N m^2}{C^2}$

Sommando il contributo delle varie porzioni si ottiene

$$V_{Tot}(x) = k_0 \frac{Q}{\sqrt{r^2+x^2}} \qquad \text{con } Q = \sum_{\ell}(\Delta q)$$

2) Facendo un bilancio energetico si riesce a ricavare la massa delle particelle (di carica doppia di p^+)

Il potenziale nel centro dell'anello è $V_{Tot}(0)$, per cui la carica avrà energia potenziale:

$$q\,V(0) = k_0 \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

L'energia pot. elettrica nel punto d (= 2m su x) è:

$$q\,V(d) = k_0 \frac{Q \cdot q}{\sqrt{r^2+d^2}}$$

Scrivendo il teorema di conservazione dell'energia:

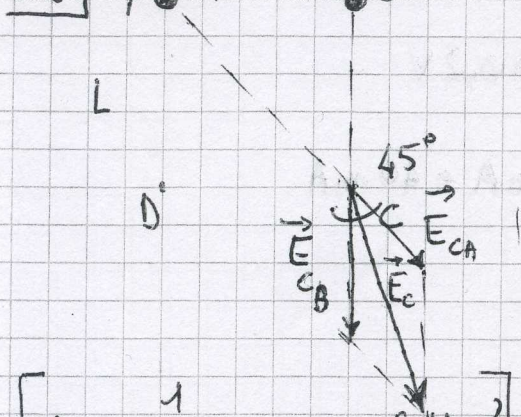
$$\underbrace{\frac{1}{2} m v_{min}^2 + k_0 \cdot \frac{Q \cdot q}{\sqrt{r^2+d^2}}}_{E_{iniz}} = \underbrace{k_0 \cdot \frac{Qq}{r}}_{E_{fin}} \qquad \frac{1}{2} m v_{min}^2 = k_0 Q q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2+d^2}}\right)$$

$$m = \frac{2Qq}{v_{min}^2} k \left(\;\right) = \frac{2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 8{,}99 \cdot 10^9\ \frac{N m^2}{C^2}}{\left(1{,}11 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}\right)^2} \left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{\sqrt{0{,}01+4}}\right) = 6{,}65 \cdot 10^{-27}\,kg$$

QUESITO 1 (II liv. - 2016)

In ognuno dei 2 vertici consecutivi, A e B, di un quadrato di lato L c'è una carica elettrica positiva q. Determinare il modulo del campo elettrico in uno degli altri vertici del quadrato

Sol.



$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C_A} + \vec{E}_{C_B} \qquad E_{CA} = k_0 \cdot \frac{q}{2L^2} \qquad E_{CB} = k_0 \frac{q}{L^2}$$

$$E_C = \sqrt{E_{C_A}^2 + E_{C_B}^2 + 2 \cdot E_{CA} \cdot E_{CB} \cdot \cos 45^\circ} =$$

$$\left[k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9 \ \frac{N\,m^2}{C^2} \right] = k_0 \frac{q}{L^2} \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = k \frac{q}{L^2} \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$= k \cdot \frac{q}{2L^2} \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} = 1{,}258 \cdot 10^{10} \frac{q}{L^2} \left[\frac{N}{C}\right] \quad \begin{matrix} q \to [C] \\ L \to [m] \end{matrix}$$

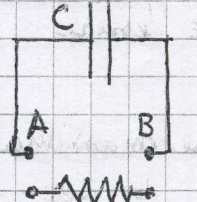
Nota: volendo calcolare il pot. elettr. in C:

$$V_C = k_0 \cdot \frac{q}{L\sqrt{2}} + k_0 \cdot \frac{q}{L} = k \cdot \frac{q}{L} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right)$$

QUESITO 2 (II liv. - 2016)

Un condensatore di capacità $C = 1\,mF$ è caricato con $Q = 15\,\mu C$

Calcolare i_{MAX} quando è connesso ad un resistore di $25\,\Omega$.



Soluzione (scarica di un condensatore - circuito RC) $\tau = RC$ = cost. di tempo

$$q(t) = Q \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad q(0) = Q \ ; \ q(\infty) \Rightarrow 0$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{Q}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{Q}{CR} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{V}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_0 = i_{MAX} = \left| \frac{V}{R} \right| = \left| -\frac{Q}{C \cdot R} \right| = \frac{15\,\mu C}{1\,mF \cdot 25\,\Omega} = \frac{15 \cdot 10^{-6}\,C}{25 \cdot 10^{-3}\,F \cdot \Omega} = 0{,}6 \frac{mV}{\Omega} =$$

$$= 0{,}6\ mA$$

$$q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

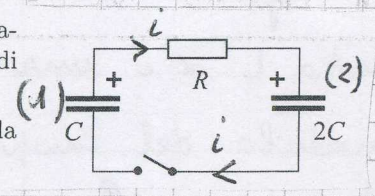
[CARICA di un CONDENSATORE - circuito V₀RC: $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad i_0 = \frac{Q}{RC} = \frac{Q}{\tau}$]

$$e^{-\frac{\tau}{\tau}} = \frac{1}{e} = 0{,}3679 \qquad V_c(t) = \frac{Q}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

QUESITO 3 (II liv. - 2014)

Nel circuito in figura la resistenza vale $R = 5\,\Omega$ e i condensatori hanno capacità C e $2C$, con $C = 2\,\text{nF}$; la carica iniziale di entrambi i condensatori è $Q = 0.8\,\text{nC}$.

- Quanto vale e in quale verso scorre la corrente nel circuito, subito dopo la chiusura dell'interruttore?



Soluzione

$$V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{0{,}8\cdot 10^{-9}\,\text{C}}{2\cdot 10^{-9}\,\text{F}} = 0{,}4\,\text{V} \qquad V_2 = \frac{Q}{2C} = \frac{V_1}{2} = 0{,}2\,\text{V}$$

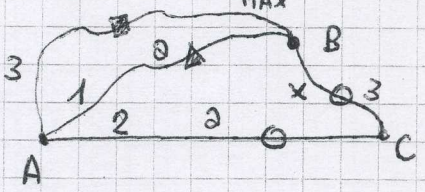
$$\Delta V = V_1 - V_2 = 0{,}2\,\text{V} \qquad i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{0{,}2\,\text{V}}{5\,\Omega} = 4\,\text{cA} = 40\,\text{mA}$$

- Corrente in senso orario perchè $V_1 > V_2$ (-con polo + in alto)

QUESITO 4 (II liv. - 2014)

3 fili elettrici, AB e AC, di lunghezza a, e ABC di lunghezze $l > a$ sono collegati come in figura. Il punto B può trovarsi in una qualsiasi posizione, sul terzo filo, tra A e C. I fili hanno la stessa sezione e sono dello stesso materiale.

- Quale deve essere la lunghezza x del tratto BC del filo per avere R_{MAX} tra A e B?



Soluzione

■, ▲, ○ sono in || tra A e B; quindi

$$\frac{1}{R_{AB_{Tot}}} = \frac{1}{R} + \frac{a}{R(a+x)} + \frac{a}{R(l-x)}$$

$$\frac{1}{R_{AB_{Tot}}} = \frac{1}{R}\left[1 + \frac{al - ax + a^2 + ax}{R(a+x)(l-x)}\right] = \frac{1}{R}\left[1 + \frac{a(l+a)}{R(a+x)(l-x)}\right]$$

$$R_{AB_{(1)}} = \rho\cdot\frac{a}{S} = R$$

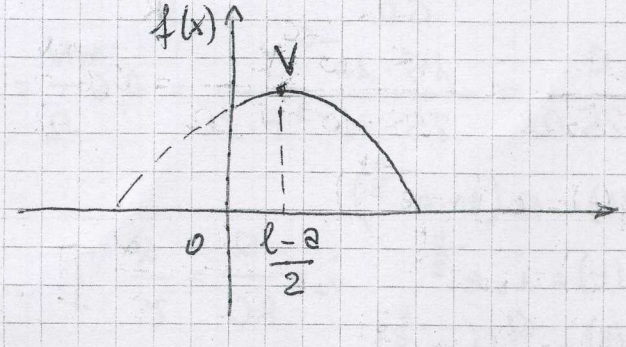
$$R_{AB_{(3)}} = \rho\cdot\frac{l-x}{S} = R\cdot\frac{l-x}{a}$$

$$R_{AC+CB} = \rho\cdot\frac{a+x}{S} = R\cdot\frac{a+x}{a}$$

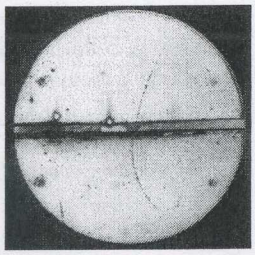
Per avere $R_{AB_{Tot}}$ massimo, la somma tra le parentesi [ ] deve essere minima, cioè:

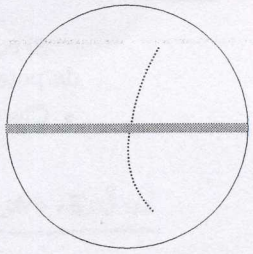
$f(x) = (a+x)(l-x)$ deve essere massima.

$f(x) = -x^2 + (l-a)x + l\cdot a$ è una parabola che ha il massimo per $x = -\frac{b}{2a} = \frac{l-a}{2}$ (coord. x del suo vertice; concavità verso il basso).



QUESITO 5





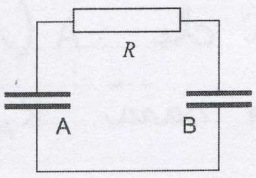
Nel 1932 Anderson scoprì una nuova particella, denominata *positrone*, osservando la traccia da essa lasciata in un rivelatore (camera a nebbia). Come indica il suo nome, il positrone ha una carica elettrica positiva. La foto a sinistra è quella originale e mostra chiaramente la traccia di un positrone che si sta muovendo nella camera a nebbia e attraversa una lastra di piombo orizzontale, spessa 6 mm, che la divide in due.

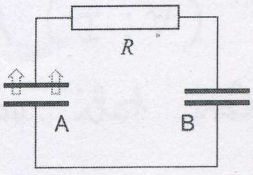
Nella regione è presente un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della foto. Nella figura a destra la situazione è schematizzata per chiarezza. Si supponga che il moto avvenga nel piano della foto.

- Motivando adeguatamente la risposta, dire se il positrone attraversa la lastra di piombo dall'alto al basso o viceversa, e il verso del campo magnetico.

(II liv. - 2015)

QUESITO 6

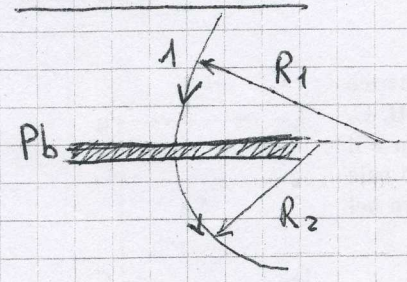




I due condensatori ideali a facce piane e parallele, A e B, rappresentati nella figura, sono uguali ed entrambi caricati alla stessa d.d.p. Sia q_0 la carica presente su ciascuno di essi.

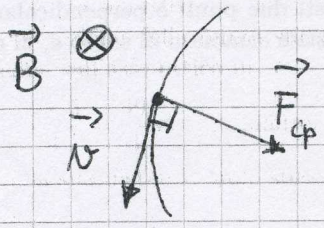
- Se la distanza fra le armature del primo viene raddoppiata, quanta carica attraversa il resistore R?

Soluzione (5)



$r = \frac{m \cdot v}{qB}$ $\quad e^+ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Il positrone va nel senso della freccia, perchè attraversando Pb perde energia cinetica e quindi velocità e siccome dalla L. di Lorentz $r \propto v$, essendo $R_1 > R_2$, si ha $v_1 > v_2$ - Per la stessa legge, essendo $q > 0$, si ha:



$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ e quindi

$\vec{B}$ deve essere entrante nel foglio per dare una F_{cp} (centripeta) che produca una traiettoria antioraria -

Soluzione (6)

I potenziali iniziali sono $\frac{q_0}{C} = V_{A_i} = V_{B_i}$ - Raddoppiando la distanza di A si ha $C_{AF} = \varepsilon_0 \frac{S}{2 \cdot \Delta x} = \frac{C}{2}$ con $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{\Delta x}$ = capacità iniziale

Allora $V_{A_F} = \frac{q_{AF}}{C_{AF}} = \frac{2}{C} q_{AF}$ e $V_{B_F} = \frac{q_{BF}}{C_{BF}} = \frac{q_{BF}}{C} = \frac{2 q_{AF}}{C}$ cioè $q_{BF} = 2 q_{AF}$

Per la cons. carica $q_{AF} + q_{BF} = 2q_0 =$ carica tot. iniziale, da cui $q_{AF} = \frac{2}{3} q_0$ $q_{BF} = \frac{4}{3} q_0$.

Nel resistore passa quindi la carica $q = \frac{1}{3} q_0$.

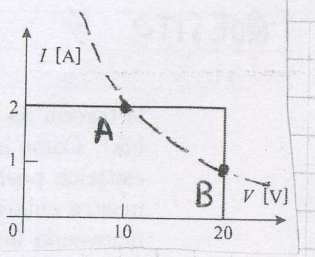
(II liv. - 2012)

QUESITO 7

La relazione caratteristica tensione–corrente di una batteria di celle solari è rappresentata nella figura a lato.

Si collega ai morsetti della batteria di celle un resistore di resistenza R in modo da poter utilizzare una potenza $P = 20\,\mathrm{W}$.

- Che valori di R soddisfano questo requisito?



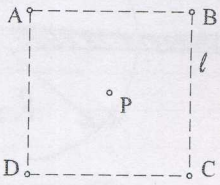
Soluzione

Per ottenere $P = 20\,W$ deve essere soddisfatta la relazione $V \cdot I = 20\,W$ $(= \text{cost.})$, equaz. di una iperbole riportata. Essa dovrà far i punti A e B della curva caratteristica $(V; I)$ tali che $A(10V; 2A)$ e $B(20V; 1A)$ – (vedi figura). Con tali valori sarà $R_A = 5\,\Omega$ e $R_B = 20\,\Omega$.

QUESITO 8

Nella regione di spazio indicata in figura è presente un campo elettrico uniforme e parallelo al piano del foglio dove giacciono i punti A, B, C, D e P. I punti A, B, C e D sono posti ai vertici di un quadrato di lato $\ell = 0.2\,\mathrm{m}$ e il punto P si trova al centro del quadrato stesso. Nel punto A il potenziale elettrico vale $V_A = 2\,\mathrm{V}$, nei punti B e D vale $V_B = V_D = 5\,\mathrm{V}$, nel punto C vale $V_C = 8\,\mathrm{V}$, mentre nel punto P vale $V_P = 5\,\mathrm{V}$.

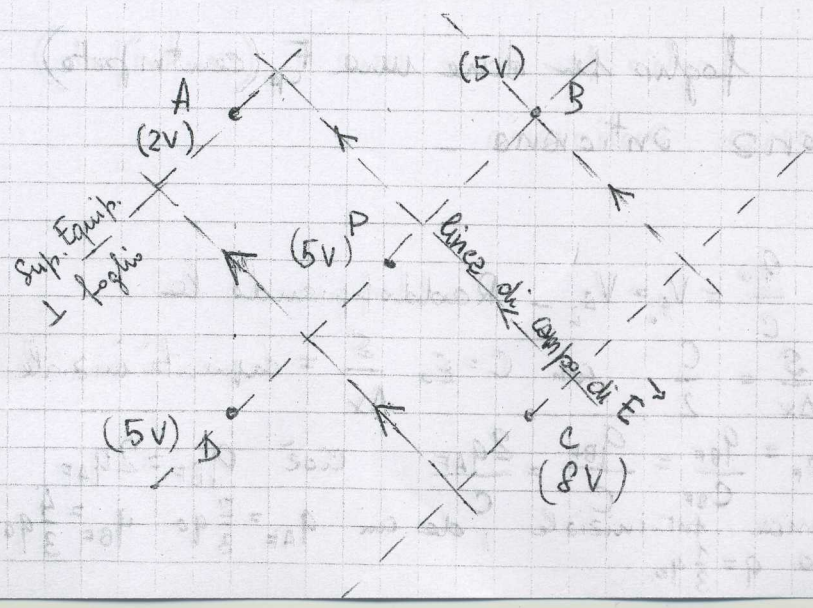
- Qual è il campo elettrico nel punto P?



Soluzione

Poiché il campo elettrico è uniforme, le superfici equipotenziali, perpendicolari alle linee di forza del campo elettrico, sono dei piani paralleli tra loro. Tali piani sono perpendicolari al piano del foglio e lo intersecano lungo linee ancora perpendicolari al campo. I punti D, B e P sono equipotenziali. I punti A e C giacciono, invece, su due superfici equipotenziali diverse e la linea che congiunge questi due punti è perpendicolare alla linea equipotenziale per B, D e P. Il campo elettrico è il gradiente del potenziale cambiato di segno e, in questo caso semplice, è un vettore che ha la direzione e il verso di $\overrightarrow{CA}$ e modulo

$$E = \frac{|V_C - V_A|}{\sqrt{2}\,\ell} = 21\,\mathrm{V m^{-1}}$$



$$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}(V) \qquad \left(\frac{N}{C}\right)$$

$$E = \left|-\frac{\Delta V_{CP}}{CP}\right| = \frac{3\sqrt{2}}{\ell}\ \frac{N}{m} =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{0{,}2} = 21{,}21\ \frac{N}{C} \simeq 21\ \frac{V}{m}$$