Q5 Quesito di Termodinamica

$p_{max} = 2\,MPa$; $T_1 = 10°C = 283\,K$; $T_2 = 30°C = 303\,K$.

$p(T) \leq p_{max}$

$\frac{nRT}{V_0} \leq p_{max}$ se pongo $T = T_1$

$n \leq \frac{p_{max} \cdot V_0}{RT_1}$ ovvero $n \leq n_1$ dove

$n_1 = \frac{p_{max} V_0}{RT_1}$. In modo simile se $T = T_2$

$n \leq n_2$ con $n_2 = \frac{p_{max} V_0}{RT_2}$

Il numero di moli massimo n_1 è calcolato dalla massa m_1 (15 kg) che può essere contenuta nella bombola, dato che $n_1 = \frac{m_1}{M_H}$ (M_H massa molare)

quindi

$m_1 = \frac{p_{max} V_0}{RT_1 M_H}$ da cui $m_1 T_1 = m_2 T_2$

ovvero (massa e temperatura sono inversamente proporzionali) $T_1 : T_2 = m_2 : m_1$

$m_2 = m_1 \frac{T_1}{T_2} = 15\,kg \cdot \frac{283\,K}{303\,K} = 14\,kg.$

Q6

In $\Delta t_0 = 1\,min = 60\,s$ la temperatura passa da $T_1 = 20°C$ a $T_2 = 40°C$

la potenza termica fornita all'acqua è pari a

$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m c_s \Delta T}{\Delta t_0} = \frac{m c_s (T_2 - T_1)}{\Delta t_0}$

la massa evaporata in $\Delta t_1 = 10\,minuti = 600\,s$. sarà

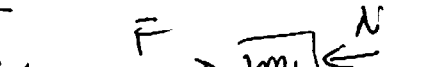
espresa dalla formula

$\Delta m = Q_v / \lambda_{VAP} = \frac{\Delta t_1 P}{\lambda_{VAP}}$ dove λ_{VAP} è il calore latente di vaporizzazione pari a $\lambda_v = 2{,}272 \times 10^6 \ J\,kg^{-1}$

Quindi

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{P \cdot \Delta t_1}{m \cdot \lambda_v} = \frac{m c_s (T_2 - T_1) \Delta t_1}{m \lambda_v \cdot \Delta t_0} = \frac{c_s}{\lambda_v} \cdot (T_2 - T_1) \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0}$$

$= 37\%$

(Q2) Quesito di meccanica. 

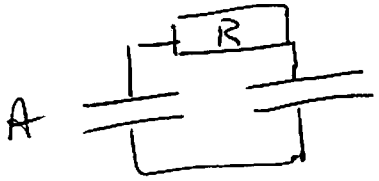
$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$ sulla massa $m_1 = 1\,kg$.

l'accelerazione deve essere a, quindi a F si deve opporre una forza di reazione normale N in modo che $F - N = m_1 \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$

$$N = F - \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} F = F \left(\frac{m_1 + m_2 + m_3 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3} \right) =$$

$$= \frac{5\,kg}{6\,kg} F = \frac{5}{6} F$$

Q9 elettrostatica



I condensatori A e B hanno la stessa capacità $C_A = C_B = C_0$. Sulle armature di entrambi è presente la carica $q_0 = C_0 \Delta V_0$

Quando la distanza tra le armature di A raddoppia, la capacità di A dimezza e quindi la carica q_A dovrà essere la metà di quella presente su B.

dato che $\Delta V_A = \Delta V_B$ e quindi $\frac{q_A}{C_A'} = \frac{q_B}{C_B'}$

$$q_A = q_B \cdot \frac{C_A'}{C_B} = q_B \cdot \frac{1/2\, C_0}{C_0}$$

La carica totale presente all'inizio $2q_0$ si ripartirà tra $q_A = \frac{1}{2} q_B$ e q_B

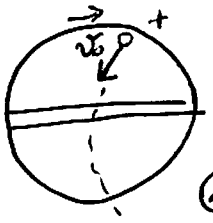
quindi $q_A + 2q_A = 2q_0$ da cui $q_A = \frac{2}{3} q_0$

se prima su A era presente la carica q_0, adesso è $\frac{2}{3} q_0$: quindi la carica che è uscita da A e è transitata per R è $q_0 - \frac{2}{3} q_0 = \frac{1}{3} q_0$

Q8 Osservando l'ingrandimento della foto, si nota che il raggio di curvatura della traiettoria del pantone è maggiore nella parte superiore. Si ricordi che nel moto circolare uniforme prodotto dalla forza di Lorentz agente su una particella carica in moto a velocità $\vec{v}$ perpendicolare al campo magnetico $\vec{B}$

$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ e quindi $\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$

quindi il raggio di curvatura è proporzionale alla velocità : quindi nella parte superiore della foto il pantone va "più forte" e "poi" viene rallentato dalla lamina di piombo.



per ottenere la traiettoria curvata con centro a Δx, il campo magnetico B deve essere rivolto perpendicolarmente alla pagina è entrante.

Q7

la condizione per risonanza è che la prima lunghezza L sia $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ quindi la differenza tra L_1 e L_2 deve essere $\frac{\lambda}{2}$ da cui.

$$v = \lambda f_0 = 2|L_2 - L_1| \cdot f_0 = 338 \ m\,s^{-1}$$

Problema 4 sulla radiazione di corpo nero.

1) valori tratti dal grafico:

$$\frac{I_S(4\mu m\ ;\ T=2000k)}{I_S(4\mu m\ ;\ T=1300k)} = \frac{70\cdot 10^9\ W/m^3}{25\cdot 10^9\ W/m^3} = 2.8$$

2) Legge di Wien (1893): $\lambda_m = bT^n$

$\lambda_m(2000k) = 1,4\,\mu m$; $\lambda_m(1300k) = 2,2\,\mu m$.

si scrive il sistema $\begin{cases} \lambda_1 = b\,T_1^{\,n} \\ \lambda_2 = b\,T_2^{\,n} \end{cases}$

da cui $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^n$ e $n = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}{\ln(T_1/T_2)} = -1,05$

quindi $\boxed{n = -1}$

e $b = \frac{\lambda_1}{T_1^{\,n}} = (1,4\cdot 10^{-6}m)\cdot 2000k = \boxed{2,8\cdot 10^{-3}\ mk}$.

3) $I = \sigma\cdot T^m$ $\quad \begin{cases} I_1 = \sigma_B\cdot T_1^{\,m} \\ I_2 = \sigma_B\, T_2^{\,m} \end{cases}$

Dal grafico CONTANDO I QUADRETTI si può ottenere l'area sottostante al grafico dell'intensità spettrale. per il grafico a $T_1 = 2000k$

$n_1 = 117$ quadretti di area $0,4\cdot 10^{-6}m \times 20\cdot 10^9 \frac{W}{m^3}$

$= 8\cdot 10^3 \frac{W}{m^2}$: si ottiene $I_1 = 936\cdot 10^3 \frac{W}{m^2}$

---

in modo analogo dal grafico a $T_2 = 1300k$

il numero di quadretti è $n_2 = 203$ di area

(si noti il cambio di scala nei due grafici)

$0,4\cdot 10^{-6}m \times 2\cdot 10^9 \frac{W}{m^3} = 0,8\cdot 10^3 \frac{W}{m^2}$

Si ottiene $I_2 = 162\ \frac{kW}{m^2}$

$$m = \frac{\ln(I_1/I_2)}{\ln(T_1/T_2)} = 4{,}07 \quad \text{da cui} \quad \boxed{m = 4}$$

e $\sigma_B = \frac{I_1}{T_1^4} = 5{,}85 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

il valore che trovate tabulato (anche nel foglio del testo della gara!) è $5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

④ l'energia equivalente alla massa del Sole $M_\odot$ è $E_{TOT} = M_\odot c^2$

l'energia da perdere è $1 \cdot 10^{-2} M_\odot c^2 = \Delta E$

da $\lambda_m = 0{,}48\ \mu m$ si ricava (con la legge di Wien) la temperatura del corpo nero a cui si assimila la radiazione solare

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2{,}8 \cdot 10^{-3}\ mK}{4{,}8 \cdot 10^{-7}\ m} = 5{,}8 \cdot 10^3 K$$

dalla temperatura, applicando la legge di Stefan-Boltzmann, si ottiene la potenza irradiata

$$P = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_\odot^2 = 3{,}9 \cdot 10^{26} W$$

Quindi

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{1{,}8 \cdot 10^{45} J}{3{,}9 \cdot 10^{26} W} = 4{,}6 \times 10^{18} s$$

$$= \frac{4{,}6 \times 10^{18} s}{3{,}15 \times 10^7 s/anno} \simeq 150 \text{ miliardi di anni.}$$