PREPARAZIONE GARA DI 2° LIVELLO della 32ª OLIMPIADE ITALIANA DELLA FISICA

Prof. GIULIO BASSOLI – 24 GENNAIO 2018, mercoledì – ①

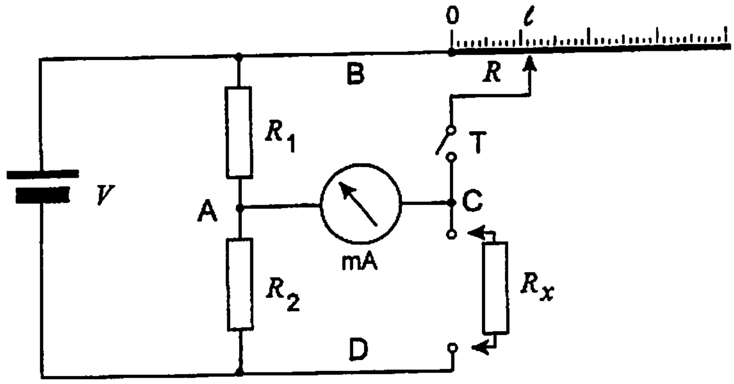
Materiale didattico elaborato dall'originale prodotto da A.I.F – PROGETTO OLIMPIADI

ELETTRICITÀ e MAGNETISMO

PROBLEMA 1 –

Misure di resistenza con un circuito a ponte. (13/02/2008) [20 punti]

Nel circuito in figura, alimentato da una batteria di f.e.m. $V = 12\,\mathrm{V}$, le resistenze $R_1 = 50\,\Omega$ e $R_2 = 100\,\Omega$ sono fissate, la resistenza R è costituita da un lungo filo teso di nichel-cromo (di sezione $s = 0.05\,\mathrm{mm}^2$ e resistività $\rho = 1\,\mu\Omega\,\mathrm{m}$) sul quale scorre un contatto mobile in modo che la resistenza tra i punti B e C possa essere variata facilmente e con accuratezza; lo strumento posto tra i punti A e C è un milliamperometro, la cui resistenza interna r si suppone sempre trascurabile, e infine tra i punti C e D può essere inserita un'ulteriore resistenza R_x il cui valore incognito è da determinare con precisione.



Inizialmente la resistenza incognita R_x non è inserita e il tasto T è aperto.

1. Quanto vale la d.d.p. tra i punti A e D?
2. Dopo aver chiuso il tasto T, quanto vale la corrente misurata dal milliamperometro, se il cursore della resistenza variabile è posto in modo che sia $R = R_1$?

Adesso si inserisce tra C e D la resistenza incognita R_x e si posiziona il cursore della resistenza variabile in modo che la corrente misurata dal milliamperometro sia nulla; il righello indica che il cursore sta alla distanza $\ell = 20\,\mathrm{cm}$ dall'estremo del filo.

3. Quanto vale la resistenza R_x ?
4. Come deve essere scelta la resistenza R_2 in modo che la lettura del righello in centimetri dia direttamente il valore di R_x in ohm?

Soluzione 1

1) In questo caso: $i = \dfrac{V}{R_1 + R_2}$, corrente nell'unica maglia presente –

Perciò: $\Delta V_{AD} = R_2 \cdot i = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V = \dfrac{100\,\Omega}{150\,\Omega} \cdot 12\,\mathrm{V} = 8\,\mathrm{V}$

2) Ora la resistenza del circuito è $R_T = R_{\parallel} + R_2$ con $R_{\parallel} = \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_1}\right)^{-1} = \dfrac{R_1}{2}$

$R_T = \dfrac{R_1 + 2R_2}{2}$; quindi i_G del generatore è $i_G = \dfrac{2V}{R_1 + 2R_2} = \dfrac{24\,\mathrm{V}}{250\,\Omega} =$
$= 0{,}096\,\mathrm{A}$ – Essendo le resist. in $\parallel$ uguali sarà $i_{Amp} = 48\,\mathrm{mA}$.

②

3) In questo caso, non essendoci corrente nell'amperometro,
$\Delta V_{AC} = 0 \Leftrightarrow i_{Amp} = 0$ – Perciò $\Delta V_{AD} = \Delta V_{CD}$; $V = i_1 (R_1 + R_2) \overset{(\circ)}{=} i_x (R + R_x)$

A) Dalla risposta al punto 1 si avevano (non ancora calcolati):

$$i = \frac{12\,V}{50\,\Omega + 100\,\Omega} = \frac{12\,V}{150\,\Omega} = 80\,mA \qquad \Delta V_{BA} = i R_1 = 4V \qquad \Delta V_{AD} = i R_2 = 8V$$

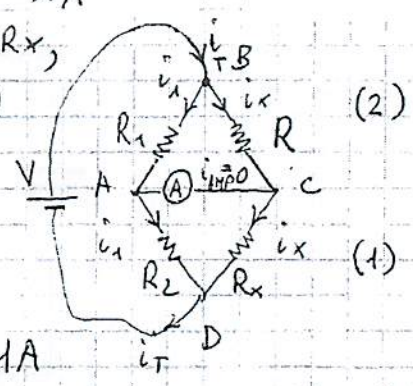
vedi (∘)

$$\text{Perciò: } i_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} = i = 80\,mA \qquad \Delta V_{BA} = 4V \qquad \Delta V_{AD} = 8V$$

Dovendo essere anche: $i_1 \cdot R_2 = i_x \cdot R_x$ (1) e $i_1 R_1 = i_x \cdot R$ (2) si avrà

$$i_x = i_1 \cdot \frac{R_1}{R} = 0{,}08\,A \cdot \frac{50\,\Omega}{4\,\Omega} \text{ (vedi (*))} = 1A; \quad R_x = \frac{i_1}{i_x} \cdot R_2 = \frac{0{,}08A}{1A} \cdot 100\,\Omega = 8\,\Omega.$$

B) Oppure: sostituendo i_x in (1) si ha: $i_1 R_2 = i_1 \frac{R_1}{R} \cdot R_x$,
da cui: $R \cdot R_2 = R_1 \cdot R_x$ (ponte di WHEATSTONE) ($i_{Amp} = 0$)



$$(*)\ R = \rho \cdot \frac{\ell}{S} = 1 \cdot 10^{-6}\,\Omega \cdot m \, \frac{20 \cdot 10^{-2}\,m}{5 \cdot 10^{-8}\,m^2} = 4\,\Omega$$

$$R_x = \frac{4\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{50\,\Omega} = 8\,\Omega \qquad i_x = \frac{12V}{4\Omega + 8\Omega} = 1A$$

$$i_T = i_1 + i_x = 1{,}08\,A; \quad R_T = \left(\frac{1}{150\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega}\right)^{-1} = 11{,}1\,\Omega$$

[Alternativa: dividendo (1) e (2) membro a membro, si ha direttamente $\frac{i_1 R_2}{i_1 R_1} = \frac{i_x R_x}{i_x R} \Rightarrow R \cdot R_2 = R_1 \cdot R_x$]

4) $R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R$; $R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot \rho \cdot \frac{\ell}{S}$; $R_x = k \cdot \ell$ con $k = 1 \frac{\Omega}{cm}$

$$k = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\rho}{S}; \quad R_2 = \frac{R_1 \cdot S \cdot k}{\rho} = \frac{50\,\Omega \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\cancel{cm^2} \cdot 1 \frac{\Omega}{\cancel{cm}}}{1 \cdot 10^{-6}\,\Omega \cdot 10^2\,\cancel{cm}} = \frac{250 \cdot 10^{-4}\,\Omega}{10^{-4}} = 250\,\Omega$$

PROBLEMA 2 (22/2/97)

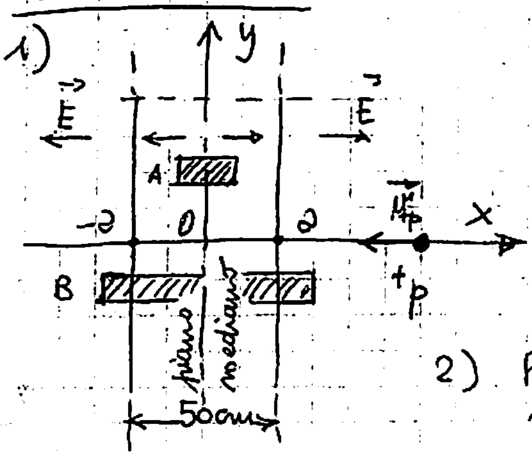
Una carica distribuita con densità uniforme $\rho = 3{,}54 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^3}$, è limitata da 2 superfici piane parallele a distanza $2a = 5{,}0$ cm.
1) In quali punti dello spazio si ha $|\vec{E}| = 0$?
2) Determinare l'espressione analitica di $\vec{E}$ e darne una rappresentazione grafica in funzione della distanza dal piano mediano (;) della distribuzione (|;|).

Un protone si dirige contro la distribuzione di carica, muovendosi in modo $\perp$ alla distribuzione stessa.

3) Qual è l'energia minima con cui il protone deve colpire la distribuzione per poter emergere dall'altra parte? In questo caso, con quanta energia emerge?

Soluzione 2

1)



Piano $x=0$: è piano di simmetria per la distribuzione di cariche, ed anche per $\vec{E}$.
$\vec{E}$ con linee di campo $\parallel x$ (vedi figura).
Nel piano $x=0 \rightarrow |\vec{E}| = 0$.

2) Per trovare l'espressione analitica di $\vec{E}$ ci serviamo 2 volte del teor. di Gauss per $\vec{E}$, come in figura (superfici cilindriche).

A) $-a \le x \le a \quad |x| \le a \qquad \Phi_{\vec{E}, \text{Sup. Chiusa}} = 2 \cdot E \cdot S \qquad S$ = area di base del cilindro

Quindi: $2 \cdot E \cdot S = \dfrac{\Sigma Q}{\varepsilon_0} \qquad 2 \cdot E \cdot S = \rho \cdot \dfrac{2x \cdot S}{\varepsilon_0}$ da cui: $E(x) = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} x$

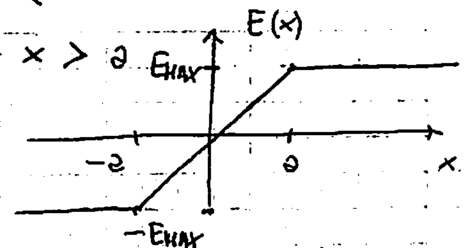
B) $x > a$, $x < -a \quad |x| > a \qquad \Phi_{\vec{E}, \text{Sup. Chiusa}} = 2 \cdot E \cdot S$ da cui: $2ES = \rho \cdot \dfrac{2aS}{\varepsilon_0}$

perciò: $E(x) = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot a$ (indipendente dall'ascisse x)

Concludendo:

$$\vec{E}(x) = \begin{cases} \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot (-a) & \text{per } x < -a \\ \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot x & -a \le x \le a \\ \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot a & \text{per } x > a \end{cases}$$

$$E_{MAX} = \frac{3{,}54 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^3}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} \cdot 0{,}25\,m = 1{,}00 \cdot 10^{5}\ N/C \quad (V/m)$$



3) Immaginando che il protone ^{+}p si muova come nella figura sopra, deve avere abbastanza energia per vincere le forze del campo $\vec{E}$ (verso dx.) fino al punto O; dopo è il campo (verso sin.) che lo accelera. Quindi al protone basta superare il punto O.

Calcolo del lavoro tra $x=a$ ed $x=0$ – $|\Delta L_{a0}| = |\Sigma \vec{F}(x) \Delta \vec{x}| = \dfrac{1}{2} F_{max} \Delta x_{a0} =$ (= area sottesa dal grafico di $F(x)$ e l'asse x) $= \dfrac{1}{2} q \cdot E_{MAX} \Delta x_{a0}$ $(q = e)$.

$$E_{c_{min}} = |\Delta L_{a0}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{e\rho}{\varepsilon_0} \cdot a \cdot a = \frac{1}{2} \frac{e\rho}{\varepsilon_0} \cdot a^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19} C \cdot 3{,}54 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^3} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-2} m^2}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} =$$

$$= 2{,}00 \cdot 10^{-16} J = 2{,}00 \cdot 10^{-16} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{18}\, eV = 1{,}25\, keV$$

Superato O il protone riceve la stessa energia persa in aO e riemerge in $-a$.

④ Con la stessa E_c che aveva in $x = 0$ -

$$v_{p_{min}} = \sqrt{\frac{2 E_{c_{min}}}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-16}\,J}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg}} = 4{,}89 \cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}$$

PROBLEMA 3 (10/02/2006)

Carica di un condensatore. [20 punti]

Un generatore (ideale) di corrente è un dispositivo che eroga una corrente costante I_0. Si vuole usare tale generatore avente $I_0 = 500\,\mathrm{mA}$ per caricare un grosso condensatore di capacità $C = 200\,\mathrm{mF}$ collegandolo mediante un filo, fino a raggiungere la d.d.p. $V = 12\,\mathrm{V}$. Inavvertitamente non ci si è accorti che il filo è rovinato e presenta una resistenza di $R = 7.5\,\Omega$,

1. Per quanto tempo il condensatore deve rimanere collegato al generatore?
2. Nell'istante in cui la carica sul condensatore è metà di quella finale, quanto vale la potenza erogata dal generatore?
3. Ultimata la carica che frazione dell'energia erogata dal generatore è disponibile nel condensatore?

Un generatore reale di corrente I_0 viene schematizzato come un generatore ideale avente in parallelo una grossa resistenza R_G (*resistenza interna*), per cui la corrente effettivamente erogata dipende dal circuito.

4. Determinare il minimo valore della resistenza interna R_G per cui la corrente di carica del condensatore differisce da quella nominale (I_0) per meno del 3% all'istante iniziale della carica.

Soluzione 3

$I_0 = 500\,mA$ $C = 200\,mF$ $\Delta V = 12\,V$ $R = 7{,}5\,\Omega$

1) Il calcolo della carica finale nel condensatore si ottiene da: $Q = C \cdot \Delta V = 0{,}2\,F \cdot 12\,V = 2{,}4\,C$ ottenibile nel tempo ($I_0 = cost.$)

$$\Delta t = \frac{Q}{I_0} = \frac{2{,}4\,C}{0{,}5\,A} = 4{,}8\,s$$

2) $\Delta V_R = R\,I_0 = 7{,}5\,\Omega \cdot 0{,}500\,A = 3{,}75\,V$ $\Delta V_{C_{1/2}} = \frac{1}{2}\Delta V = 6\,V$

$\Delta V_G = \Delta V_R + \Delta V_{C_{1/2}} = 9{,}75\,V$ $P_G = \Delta V_G \cdot I_0 = 9{,}75\,V \cdot 0{,}500\,A = 4{,}875\,W = 4{,}88\,W$

3) Energia disponibile nel condensatore alla fine del processo di carica:

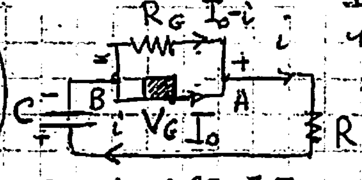
a) $L_c = \frac{1}{2} C \cdot \Delta V_{C_f}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\,F \cdot 144\,V^2 = 14{,}4\,J \leftarrow$ energia immagazzinata nel condensatore

b) energia dispersa per effetto Joule durante il processo di carica $\Rightarrow L_R = R \cdot I_0^2 \cdot \Delta t = 7{,}5\,\Omega \cdot 0{,}5^2\,A \cdot 4{,}8\,s = 9\,J$

Rendimento del processo di carica $\eta = \frac{L_c}{L_R + L_c} = \frac{14{,}4\,J}{23{,}4\,J} = 0{,}62 = 62\%$

4) Se chiamiamo i la corrente di carica del condensatore, si deve avere $i \geq 97\%\,I_0 = 0{,}97\,I_0$ ($\eta_i = 0{,}97$)

Inizialmente il condensatore è scarico, per cui: $V_G = R\,i + \cancel{V_C}$ (Se $R_G \to \infty$ $i = I_0$)



$R_G (I_0 - i) = R\,i$; $i = \frac{R_G}{R + R_G} I_0$; $i \geq 0{,}97\,I_0$

$\frac{R_G}{R + R_G} I_0 \geq \eta_i I_0$ $R_G \geq R_G \eta_i + R \eta_i$

$R_G \geq \frac{\eta_i R}{1 - \eta_i} = \frac{0{,}97 \cdot 7{,}5}{0{,}03}\,\Omega = 242{,}5\,\Omega = 243\,\Omega \Leftarrow$ (Valore minimo di R_G)

PROBLEMA 4 (18/02/2014) 16 punti

A) Infinite cariche elettriche, tutte uguali in modulo a 1 nC, ma di segno alterno (...; +q; −q; +q; −q; ...) sono fissate su una retta a distanza d = 5 cm una dall'altra;

1) stimare con l'aiuto della calcolatrice la forza elettrica che agisce su un'ulteriore carica Q (Q = +q) posta nel punto medio tra due cariche consecutive;

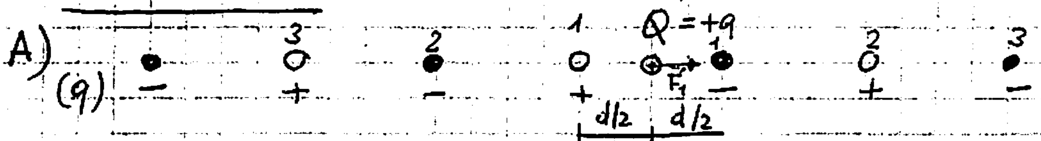
2) se si volesse verificare sperimentalmente la stima fatta entro lo 0,5 %, quante cariche elettriche occorrerebbe considerare?

~~~~~

B) In un ideale esperimento un disco di massa m e carica q striscia su un piano orizzontale in presenza di un campo magnetico uniforme verticale $\vec{B}$; sia μ il coeff. di attrito dinamico tra disco e piano. 3) si calcoli la variazione del raggio di curvatura della traiettoria seguita dal disco in un intervallo di tempo Δt.

Soluzione 4

A)



$\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}$

1) Forza totale dovuta alla coppia 1: $F_1 = 2 k_0 \frac{q^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 4 \frac{q^2}{d^2} =$

$= \frac{2}{\pi\varepsilon_0}$ (dx); coppia 2: $F_2 = 2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\left(\frac{3d}{2}\right)^2} = \frac{2}{\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{(3d)^2}$ (sin)

$$F_{TOT} = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + \dots = \frac{2q^2}{\pi\varepsilon_0 d^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} - \dots\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-18}\, C^2}{\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2} \cdot 25 \cdot 10^{-4}\, m^2} \cdot (\dots\dots) = 2,876 \cdot 10^{-5}\, N\, (\dots).$$

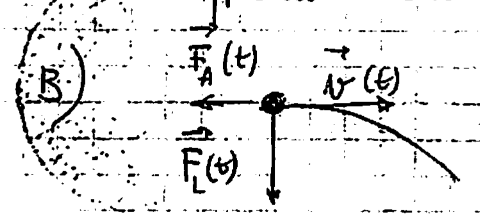
Si può costruire una tabella con l'approssimazione a ciascuna coppia di forze:

Coppia	Contributo	Somma parziale	Denom.
1	1	1	1^2
2	−0,1̄	0,8889	3^2
3	0,0400	0,9289	5^2
4	−0,0204	0,9085	7^2
5	0,0123	0,9208	9^2
6	−0,0083	0,9126	11^2
7	0,0059	0,9185	13^2
8	−0,0044	0,9140	15^2
9	0,0035	0,9175	17^2
10	−0,0028	0,9147	19^2
∞		0,915965594 ... (n° di CATALAN)	

Errore relativo della coppia 7: $\varepsilon_r = \frac{|-0,0044|}{0,9185} = 0,0048 = 0,48\% < 0,5\%$

Per un teorema sull'errore che si commette limitando una serie convergente a segni alterni all'n-simo termine, inferiore all'ε_a del termine di ordine n+1, per una verifica sperimentale
~~~~~

⑥ sarà sufficiente considerare 7 coppie



La forza d'attrito dinamico $F_A = \mu F_g = \mu m g$ è costante e opposta al verso del moto ; la velocità cala (linearmente al variare del tempo)
La forza di Lorentz non fa cambiare il modulo della velocità

$v(t) = v_0 - a \cdot t \qquad a = \frac{F_A}{m} = \mu \cdot g \qquad r_1 = \frac{m(v_0 - a t_1)}{qB} \qquad r_2 = \dots$

$$\Delta r_{12} = r_2 - r_1 = \frac{m}{qB}\left(\cancel{v_0} - a t_2 - \cancel{v_0} + a t_1\right) = -\frac{m a}{qB}(t_2 - t_1)$$

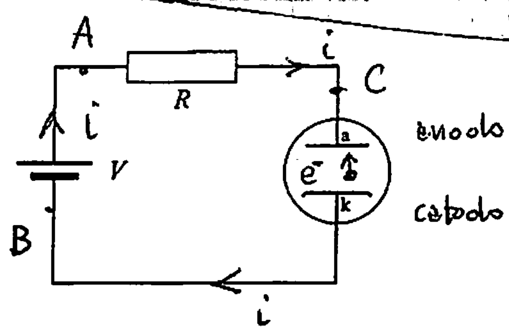
$$\Delta r_{12} = -\frac{\mu m g}{qB} \Delta t_{12}$$

PROBLEMA 5 (21/02/2002) 20 punti

Placchetta riscaldata

Due elettrodi conduttori (anodo e catodo) sono disposti in un tubo di vetro nel quale è stato fatto il vuoto e sono collegati a una batteria con differenza di potenziale $V = 400\,\mathrm{V}$ attraverso una resistenza $R = 2.2\,\mathrm{k\Omega}$. Dal catodo vengono emessi elettroni, a velocità praticamente nulla, che, dopo essere stati accelerati dal campo, colpiscono l'anodo costituito da una placchetta di alluminio della massa di 1 g.

In queste condizioni nel circuito scorre una corrente costante $I = 100$ mA.



1. Calcolare la differenza di potenziale V_{ak} che si stabilisce fra anodo e catodo e la velocità v con cui gli elettroni colpiscono l'anodo.
2. Si osserva che l'anodo si riscalda. Nell'ipotesi che tutte le perdite di energia siano trascurabili, dopo quanto tempo la sua temperatura sarà cresciuta di 100°C?

Si considera ora che l'anodo disperda calore nell'ambiente, che ha una temperatura $T_0 = 25°\mathrm{C}$, secondo la relazione $P = k(T - T_0)$, dove P è la potenza dispersa, T la temperatura dell'anodo, k una costante che vale $0.15\,\mathrm{J\,s^{-1}\,K^{-1}}$.

3. Calcolare la temperatura di equilibrio raggiunta dall'anodo.

NOTA: Il calore specifico dell'alluminio è $c = 0.88 \times 10^3\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

1) $\Delta V_{AC} = V_R = R \cdot I = 2{,}2 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 100 \cdot 10^{-3}\,A = 220\,V$

Quindi ai capi CB del tubo di vetro si avrà una ddp :

$\Delta V_{CB} = V_{ak} = V - V_R = 400\,V - 220\,V = 180\,V$

Per il calcolo di v_{e^-} basta applicare il teor. dell' E_c :

$\Delta E_c = \Delta V_{CB} \cdot q \qquad \frac{1}{2} m_{e^-} v_{e^-}^2 - 0 = V_{ak} \cdot |e^-| \qquad v_{e^-} = \sqrt{\frac{2 \cdot V_{ak} |e^-|}{m_{e^-}}} =$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 180\,V\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\,C}{9{,}11\cdot 10^{-31}\,kg}} = \sqrt{63{,}3063\cdot 10^{12}\,\frac{m^2}{s^2}} = 7{,}9565\cdot 10^{6}\,\frac{m}{s} \cong$$

$$\cong 7{,}96\cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}$$

2) La placchetta si riscalda a causa dei continui urti degli elettroni che cedono le loro E_c all'Al (anodo). Complessivamente, se non vi sono perdite di energia verso l'esterno del tubo:

$$\Delta E_{el} = \underset{\nwarrow V_{ak}\cdot I}{P_{el}}\cdot \Delta t = \Delta Q_{ceduto} = m_{Al}\cdot c_{Al}\cdot \Delta T \implies \Delta t = \frac{m_{Al}\cdot c_{Al}\cdot \Delta T}{V_{ak}\cdot I} =$$

$$= \frac{10^{-3}\,kg\cdot 0{,}88\cdot 10^{3}\,\frac{J}{kg\cdot K}\cdot 100\,K}{180\,\frac{J}{C}\cdot 0{,}1\,\frac{C}{s}} = \frac{88}{18}\,s = 4{,}\bar{8}\,s \cong 4{,}89\,s$$

3) In condizione finale di equilibrio termico l'Al sarà a temperatura T e tutte l'energia dovute al passaggio degli elettroni sono dissipate verso l'esterno. Perciò:

$$P = P_{el} \qquad k\cdot(T - T_0) = V_{ak}\cdot I \qquad kT = kT_0 + V_{ak}\cdot I$$

$$T = T_0 + \frac{V_{ak}\cdot I}{k} = 25°C + \frac{180\,V\cdot 0{,}1\,A}{0{,}15\,\frac{J}{kg\,K\,(°C)}} = 25°C + 120°C = 145°C$$

$$(\Delta T_{1K} = \Delta T_{1°C})$$

T = 145°C (temp. di equil. termico raggiunta dall'anodo)

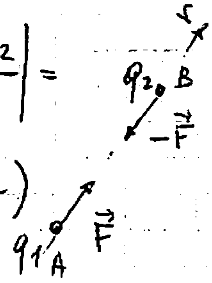
QUESITO 1 (1997)

Una particella di carica $q = -2\mu C$ si divide in 2 parti. Determinare (in modulo, direzione e verso) le forze elettrostatiche agenti su ciascuna delle 2 parti quando sono nel vuoto a distanza 1mm, se la carica presente su una di queste è $q_1 = +3\mu C$

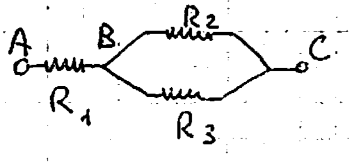
Soluzione Q. 1

Si avrà: $q_2 = q - q_1 = -2\mu C - 3\mu C = -5\mu C \qquad |F| = \left| k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\right| =$

$$= 8{,}99\cdot 10^{9}\,\frac{N m^2}{C^2}\cdot\frac{3\cdot 5\cdot 10^{-24}\,C^2}{1\cdot 10^{-6}\,m^2} = 1{,}35\cdot 10^{-7}\,N \quad \text{(forze attrattive)}$$



QUESITO 2 (1997) Si hanno 3 resistori di resistenze $R_1 > R_2 > R_3$. Si vogliono collegare come in figura in modo da avere la massima resistenza equivalente. Mostrare come devono essere inseriti i tre resistori e spiegarne il motivo



Soluzione Q.2

$$R = R_i + \frac{R_j R_k}{R_j + R_k} = \frac{\overbrace{R_iR_j + R_jR_k + R_kR_i}^{\text{cost.}}}{\underbrace{R_j + R_k}_{\text{minimo}}}$$

QUESITO 3 (1997) In aria secca si può avere una scarica elettrica se in un punto il campo elettrico supera un valore limite detto E_0 = rigidità dielettrica – Assumendo per l'aria $E_0 = 20\ \frac{kV}{cm}$, qual è la massima quantità di carica che può stare su un granello di polvere sferico di raggio $r_s = 100\,\mu m$?

$\varepsilon_{r\,(\text{ARIA SECCA})} = 1{,}00$

Soluzione Q. 3

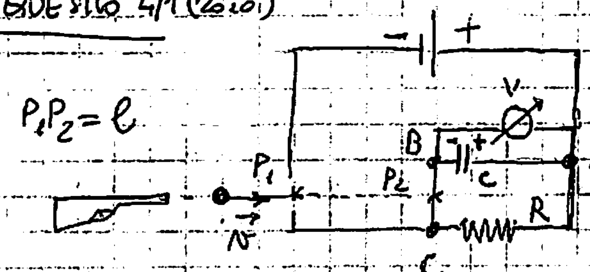
Per una sfera, nei punti dalla superficie verso l'esterno, deve essere:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r}\cdot\frac{Q}{r^2} < E_0 \qquad Q < 4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,E_0\,r_s^2 =$$

$$= 4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2}\cdot 1\cdot 20\cdot 10^5\,\frac{N}{C}\cdot 100\cdot 10^{-12}\,m^2 =$$

$$= 2224{,}25\cdot 10^{-15}\,C \cong 2{,}2\,pC \qquad Q < 2{,}2\,pC$$

QUESITO 4/1 (2001)



Per misurare in lab la velocità di un proiettile si predispone il circuito elettrico in figura, dove V è un voltmetro, $R = 1\,k\Omega$, $C = 1\,mF$, $P_1P_2 = \ell = 10\,m$. Il proiettile sparato dall'arma da fuoco interrompe il collegamento elettrico prima in P_1 e poi in P_2. Prima che il proiettile sia sparato, il voltmetro misura $V_i = 12{,}04\,V$, dopo che in P_1 e P_2 i collegamenti sono stati interrotti misura $V_f = 11{,}53\,V$. Determinare $|\vec{v}|$.

Soluzione Q. 4/1

Inizialmente $\boxed{C}$ è carica per azione del generatore ($V_i = 12{,}04\,V$). Con l'interruzione in P_1 inizia a scaricarsi durante il tempo impiegato dal proiettile a compiere il tratto P_1P_2, cioè $t = \frac{\ell}{v}$. Alla interruzione in P_2 $V_f = 11{,}53\,V$

Processo di scarica del condensatore (circuito R-C) $\tau = RC$ = cost. di tempo

$$q(t) = Q\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i(t) = (-)\,i_0\,e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad V(t) = R\,i_0\,e^{-\frac{t}{\tau}} = V_i\,e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Perciò si ottiene:

$$V_f = V_i\,e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad -\tau \ln\frac{V_f}{V_i} = t \quad ; \quad t = \frac{\ell}{v} \quad ; \quad v = \frac{\ell}{t}$$

$$v = \frac{\ell}{RC\cdot\ln\frac{V_i}{V_f}} = \frac{10\,m}{1\cdot 10^3\,\Omega\cdot 1\cdot 10^{-3}\,F\,\ln\left(\frac{12{,}04\,V}{11{,}53\,V}\right)} = 231\,\frac{m}{s} \cong 0{,}23\,\frac{km}{s}$$

(se: $t = \tau \to \frac{1}{e} = 0{,}3679$)

QUESITO 4/2 (1998) Un generatore reale di f.e.m. chiuso su una resistenza $R_1 = 2\,k\Omega$ eroga una corrente $i_1 = 1\,mA$. Sostituendo R_1 con R_2 (4 volte minore di R_1) la corrente diventa il triplo di i_1. Determinare la resistenza interna del generatore (r).

Soluzione Q. 4/2

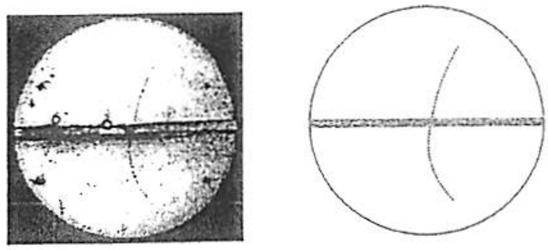
$$\begin{cases}\mathcal{E} - r\,i_1 = R_1\,i_1\\ \mathcal{E} - r\,i_2 = R_2\,i_2\end{cases} \qquad \begin{cases} R_1 i_1 + r\,i_1 - R_2 i_2 - r\,i_2 = 0 \\ \; \end{cases} \qquad r = \frac{R_1 i_1 - R_2 i_2}{i_2 - i_1} = \frac{(2-1{,}5)\,V}{2\cdot 10^{-3}\,A} =$$

$$= 250\,\Omega \qquad \left(r = \frac{R_1 i_1 - \frac{R_1}{4}\cdot 3 i_1}{2 i_1} = \frac{1}{8}R_1\right); \quad \mathcal{E} = 2\,V + 0{,}25\,V = 2{,}25\,V$$

(II liv. - 2015)

QUESITO 5

Nel 1932 Anderson scoprì una nuova particella, denominata *positrone*, osservando la traccia da essa lasciata in un rivelatore (camera a nebbia). Come indica il suo nome, il positrone ha una carica elettrica positiva. La foto a sinistra è quella originale e mostra chiaramente la traccia di un positrone che si sta muovendo nella camera a nebbia e attraversa una lastra di piombo orizzontale, spessa 6 mm, che la divide in due.



Nella regione è presente un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della foto. Nella figura a destra la situazione è schematizzata per chiarezza. Si supponga che il moto avvenga nel piano della foto.

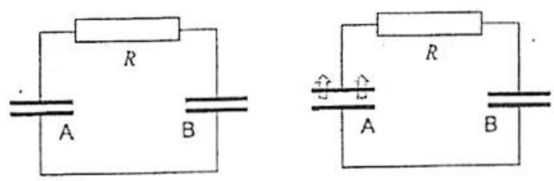
- Motivando adeguatamente la risposta, dire se il positrone attraversa la lastra di piombo dall'alto al basso o viceversa, e il verso del campo magnetico.

(II liv. - 2015)

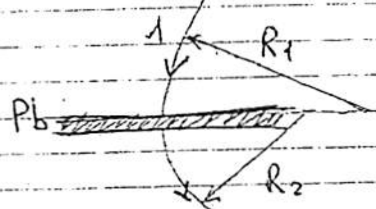
QUESITO 6

I due condensatori ideali a facce piane e parallele, A e B, rappresentati nella figura, sono uguali ed entrambi caricati alla stessa d.d.p. Sia q_0 la carica presente su ciascuno di essi.

- Se la distanza fra le armature del primo viene raddoppiata, quanta carica attraversa il resistore R?



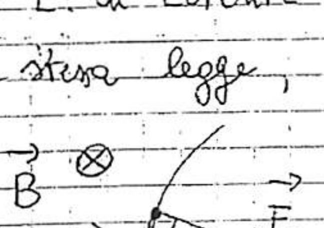
Soluzione Q.5



$r = \dfrac{m \cdot v}{qB}$ $\qquad e^+ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Il positrone va nel senso della freccia, perché attraversando Pb perde energia cinetica e quindi velocità e siccome dalla L. di Lorentz $r \propto v$, essendo $R_1 > R_2$, si ha $v_1 > v_2$ –

Per la stessa legge, essendo $q > 0$, si ha:



$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ e quindi $\vec{B}$ deve essere entrante nel foglio per dare una F_{cp} (centripeta) che produca una traiettoria antioraria –

Soluzione Q.6

I potenziali iniziali sono $\dfrac{q_0}{C} = V_{A_i} = V_{B_i}$ – Raddoppiando la distanza di A si ha $C_{AF} = \varepsilon_0 \dfrac{S}{2 \cdot \Delta x} = \dfrac{C}{2}$ con $C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{\Delta x}$ = capacità iniziale

Allora $V_{A_F} = \dfrac{q_{AF}}{C_{AF}} = \dfrac{2}{C} q_{AF}$ e $V_{B_F} = \dfrac{q_{BF}}{C_{BF}} = \dfrac{q_{BF}}{C} = \dfrac{2q_{AF}}{C}$ cioè $q_{BF} = 2q_{AF}$

Per la cons. carica $q_{AF} + q_{BF} = 2q_0$ = carica tot. iniziale, da cui $q_{AF} = \frac{2}{3} q_0$ $q_{BF} = \frac{4}{3} q_0$

Nel resistore passa quindi la carica $q = \frac{1}{3} q_0$ $(1/3 \cdot q_0)$

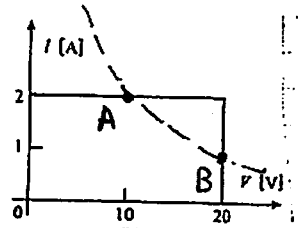
(II liv. - 2012)

QUESITO 7

La relazione caratteristica tensione–corrente di una batteria di celle solari è rappresentata nella figura a lato.

Si collega ai morsetti della batteria di celle un resistore di resistenza R in modo da poter utilizzare una potenza $P = 20\,\mathrm{W}$.

- Che valori di R soddisfano questo requisito?



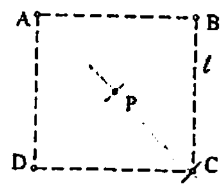
Soluzione Q.7

Per ottenere $P = 20\,W$ deve essere soddisfatta la relazione $V \cdot I = 20\,W$ (= cost.), equaz. di una iperbole ruotata. Essa dovrà far i punti A e B della curva caratteristica $(V; I)$ tali che $A(10V; 2A)$ e $B(20V; 1A)$ - (vedi figura). Con tali valori sarà $R_A = 5\,\Omega$ e $R_B = 20\,\Omega$.

Quesito 8

Nella regione di spazio indicata in figura è presente un campo elettrico uniforme e parallelo al piano del foglio dove giacciono i punti A, B, C, D e P. I punti A, B, C e D sono posti ai vertici di un quadrato di lato $\ell = 0.2\,\mathrm{m}$ e il punto P si trova al centro del quadrato stesso. Nel punto A il potenziale elettrico vale $V_A = 2\,\mathrm{V}$, nei punti B e D vale $V_B = V_D = 5\,\mathrm{V}$, nel punto C vale $V_C = 8\,\mathrm{V}$, mentre nel punto P vale $V_P = 5\,\mathrm{V}$.

- Qual è il campo elettrico nel punto P?

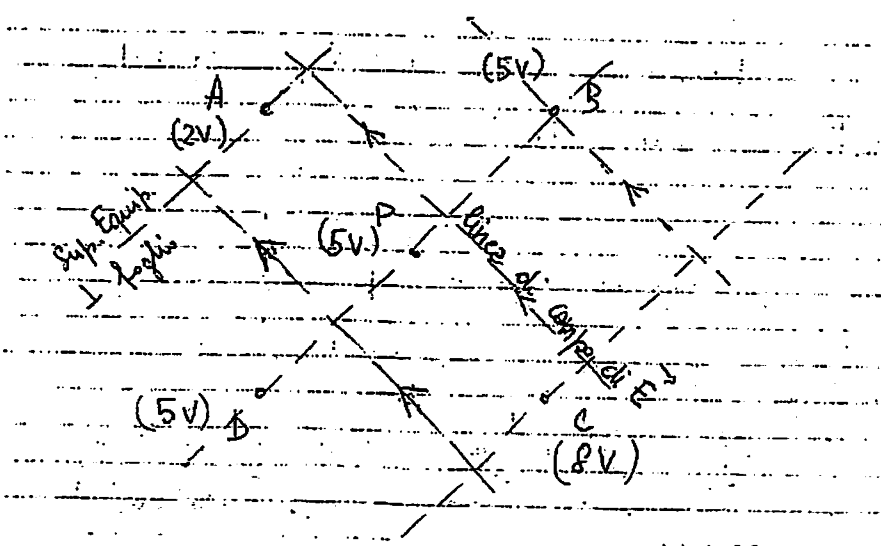


$CP = \frac{\ell}{\sqrt{2}}$

Soluzione Q.8

Poiché il campo elettrico è uniforme, le superfici equipotenziali, perpendicolari alle linee di forza del campo elettrico, sono dei piani paralleli tra loro. Tali piani sono perpendicolari al piano del foglio e lo intersecano lungo linee ancora perpendicolari al campo. I punti D, B e P sono equipotenziali. I punti A e C giacciono, invece, su due superfici equipotenziali diverse e la linea che congiunge questi due punti è perpendicolare alla linea equipotenziale per B, D e P. Il campo elettrico è il gradiente del potenziale cambiato di segno e, in questo caso semplice, è un vettore che ha la direzione e il verso di $\overrightarrow{CA}$ e modulo

$$E = \frac{|V_C - V_A|}{\sqrt{2}\ell} = 21\,\mathrm{Vm^{-1}}$$



V_P V_C

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}(V) \quad \left(\frac{N}{C}\right)$$

$$E = -\frac{\Delta V_{CP}}{CP} = -\frac{(5-8)\sqrt{2}}{\ell}\frac{V}{m} = \frac{3\sqrt{2}}{0{,}2} = 21{,}21\frac{N}{C} \cong 21\frac{V}{m}$$