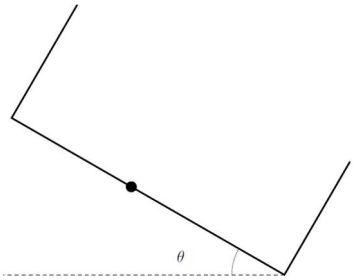
PROBLEMI DI MECCANICA
PREPARAZIONE ALLE GARE REGIONALI OLIMPIADI DELLA FISICA

31 Gennaio 2018 - Elisa Menozzi, Istituto Zanelli di Reggio Emilia

ESERCIZIO 1 – MOTO PERIODICO

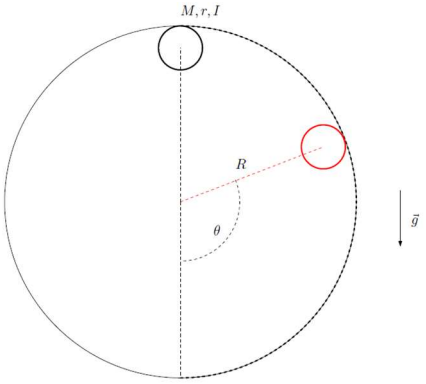
Da "Un esercizio al giorno" di Giancarlo Cella



Una particella di massa m è vincolata a muoversi su un piano inclinato di lunghezza. Ai due estremi del piano è posta una barriera su cui la particella rimbalza, senza modificare il modulo della propria velocità. Se v_0 è la velocità nel punto più basso determinare il periodo del moto periodico. Studiare in particolare cosa accade per grandi valori della velocità v_0.

ESERCIZIO 2 – PALLINA SU GUIDA CIRCOLARE

Da "Un esercizio al giorno" di Giancarlo Cella

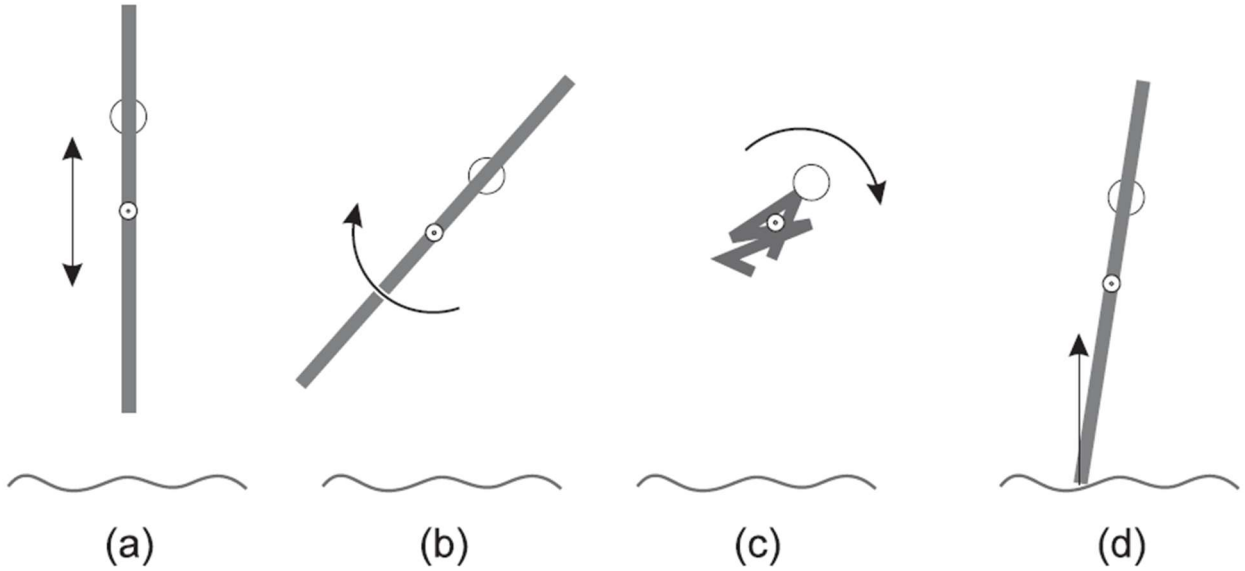


Una pallina di massa M, raggio r e momento di inerzia I rispetto ad un asse passante per il centro di massa è vincolata a rimanere in contatto con una guida circolare di raggio R. Inizialmente si trova in quiete nel punto più in alto ($\theta = \pi$). Sulla metà di destra della guida la pallina è anche vincolata ad un moto di puro rotolamento. Sulla metà di sinistra invece è assente qualunque attrito.
Si sposta leggermente la pallina, e questa inizia a cadere.
Calcolare la massima altezza alla quale il centro di massa riesce ad arrivare prima di fermarsi nuovamente, sul lato sinistro della guida.

ESERCIZIO 3 TAPPETO ELASTICO

Problema 3 Gara Secondo Livello Olimpiadi Fisica 2015

Valeria è una ragazzina che sta saltando sul tappeto elastico al parco giochi. Fa inizialmente alcuni semplici rimbalzi in verticale aumentando ad ogni rimbalzo l'altezza massima raggiunta.



Per studiarne il moto consideriamo il suo centro di massa (CdM) C. Fissiamo un sistema di riferimento con l'origine nel punto in cui si trova C all'istante del distacco dal tappeto elastico e l'asse y verticale e orientato verso l'alto.

1. Esprimere il tempo di volo t_0 (tra un rimbalzo e l'altro) e la velocità v_0 al momento del distacco dal tappeto in funzione dell'altezza h raggiunta, ovvero la variazione di quota del CdM. Calcolare i valori numerici di t_0 e v_0 per h = 2m.

Nei suoi salti, Valeria si mantiene dritta verticalmente, e tiene le braccia tese verso l'alto. Molto grossolanamente, possiamo assimilarla ad un'asta rigida e uniforme di lunghezza ℓ e massa m, come mostrato in figura (a).

A un certo punto, quando giudica di aver raggiunto un'altezza massima sufficiente, Valeria vorrebbe fare una capriola (salto mortale) in aria, ma si rende conto che se resta rigida cio` non è possibile.

2. Perché?

Valeria allora fa in modo di ruotare (più avanti vedremo come), subito dopo un rimbalzo, attorno ad un asse orizzontale passante per il suo CdM, come mostrato in figura (b). Sia ω_0 la sua velocità angolare.

Valeria si rende però presto conto che sta ruotando troppo lentamente e non riuscirà a completare la capriola.

Allora si rannicchia di scatto, come mostrato in figura (c) e in questo modo riesce a ridurre il proprio momento d'inerzia I di un fattore 4. La sua velocità angolare diventa ω_1.
3. Trovare la relazione tra ω_0 e ω_1.

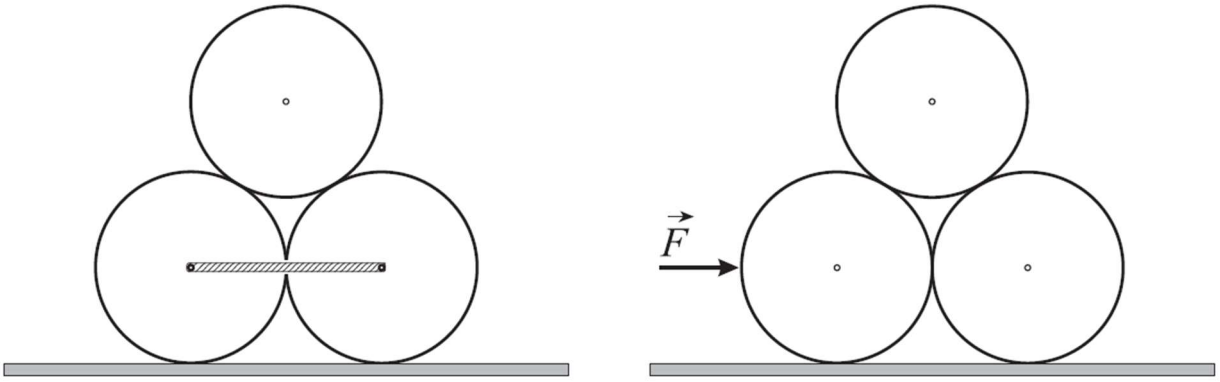
Dopo aver compiuto buona parte della rotazione, Valeria si distende di nuovo. E' davvero brava, perché riesce a farlo nel momento esatto che le consente di completare la rotazione e atterrare sul tappeto in posizione verticale.
Durante il suo salto, ha trascorso metà tempo in posizione rannicchiata.
4. Ricordando che il tempo di volo è t_0, trovare la velocità angolare ω_0 in funzione dell'altezza massima h e calcolare il valore numerico di ω per h = 2m.

Come abbiamo detto sopra, per fare la capriola Valeria fa in modo di avere una velocità angolare già all'inizio del suo salto. Per ottenere questo, alla fine del salto precedente arriva sul tappeto con un piccolo angolo α rispetto alla verticale, perché in questo modo la spinta verticale che riceve dal tappeto le imprime un momento angolare rispetto al CdM, come mostrato in figura (d).
Si supponga che il modulo della velocità con cui Valeria arriva sul tappeto, e con cui ne riparte, sia in entrambi i casi v_0, e che prima dell'urto sia $\omega = 0$. Si tratti l'urto col tappeto come istantaneo. Si ricordi che il momento d'inerzia I di un'asta rigida e uniforme rispetto ad un asse perpendicolare all'asta e passante per il suo centro vale $I = m\,\ell^2/12$.
5. Ricavare ω in funzione di ℓ e di h. Si trascuri la piccola inclinazione α che la ragazzina ha in partenza e si consideri ancora una rotazione di 360°; posto che sia ancora h = 2m e che sia ℓ = 1.80m, calcolare il valore numerico di α.

ESERCIZIO 4 TRE CILINDRI MOLTO SCIVOLOSI

Problema 1 Gara Nazionale Olimpiadi Fisica 2008

In figura, a sinistra, sono rappresentati schematicamente tre cilindri uguali, ciascuno di massa M, posti su un piano orizzontale con le basi verticali e complanari e in modo che ciascun cilindro abbia la superficie laterale tangente a quelle degli altri due. I cilindri sono molto scivolosi dato che ogni forma di attrito fra tutte le superfici a contatto è trascurabile. Allora, per mantenere in equilibrio la struttura, vengono tese, una da una parte e una dall'altra — come si vede in figura —, due corde inestensibili e di massa trascurabile che collegano gli assi dei due cilindri appoggiati sul piano.



1. Qual è la minima tensione in ciascuna corda che consente di mantenere in equilibrio il sistema?

In seguito si mette in moto il sistema applicando, al cilindro di sinistra, una forza F, orizzontale, come mostrato nella figura a destra, e subito dopo si eliminano le corde.
2. Qual è l'intervallo di valori che può assumere la forza che accelera il sistema senza che la struttura collassi?

ESERCIZIO 5 SONDA SOHO

Problema 1 Gara Secondo Livello Olimpiadi Fisica 2003

La sonda SOHO è stata mandata in orbita solare per studiare la struttura interna del Sole, la sua atmosfera ed il vento solare. In prima approssimazione si può affermare che essa staziona costantemente in un punto lungo la linea che congiunge la Terra al Sole.

1. Quanto dista SOHO dalla Terra?

Nota: assumere l'orbita della Terra come circolare. Possono essere utili i seguenti dati:

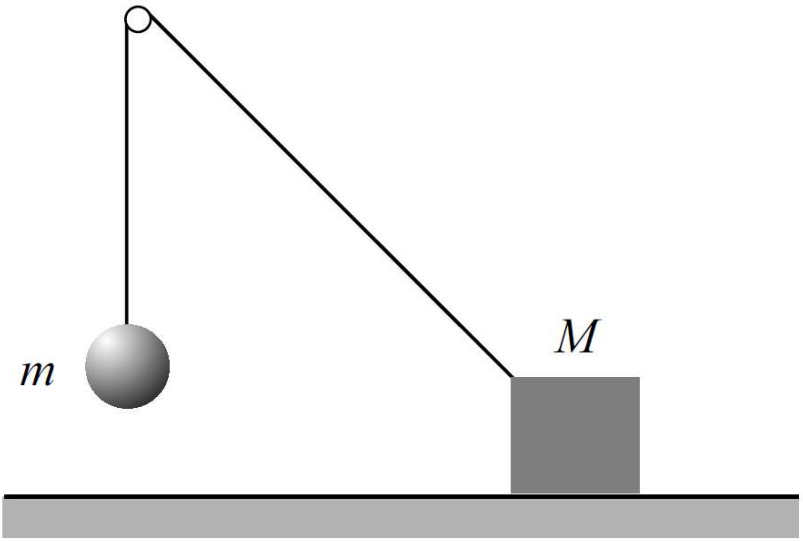
- Distanza Sole - Terra 149.6×10^9 m.
- Rapporto fra la massa della Terra e quella del Sole $\alpha = 3.00 \times 10^{-6}$.

Suggerimento: ricorda che $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, se $x << 1$.

ESERCIZIO 6 EQUILIBRIO PER ATTRITO

Problema 3 Gara Secondo Livello Olimpiadi Fisica 2002

Un blocco di massa M, appoggiato su un piano orizzontale scabro, é unito mediante un filo (inestensibile e di massa trascurabile) a un secondo corpo di massa m = M/2. Il filo viene fatto passare su una carrucola posta a una certa altezza sopra il piano in modo che il secondo corpo resti sospeso mentre il tratto di filo che va dal blocco alla carrucola forma un angolo di 45° con la verticale.
Dalla sola osservazione che il sistema è in equilibrio, si possono ricavare informazioni circa il coefficiente di attrito statico tra il blocco e il piano e sul rapporto delle due masse.



1. Mostrare che l'equilibrio del sistema è possibile se il coefficiente d'attrito statico tra blocco e piano è maggiore di un certo valore μo e determinare tale valore.

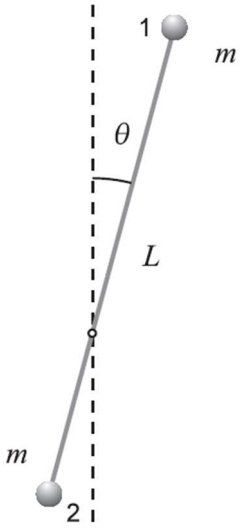
L'equilibrio è possibile anche con un rapporto di masse maggiore di quello dato, ma fino ad un certo limite, oltre il quale i due corpi non possono rimanere fermi in quella posizione, qualunque sia il valore del coefficiente d'attrito statico.
2. Quanto può valere al massimo il rapporto m/M tra le due masse perché il sistema resti in equilibrio nella posizione data?

Successivamente si mette in oscillazione il corpo sospeso, con un'ampiezza θ (angolo massimo rispetto alla verticale) mentre il blocco rimane fermo sul piano. Ripetendo la prova con ampiezze di oscillazione progressivamente crescenti, si osserva che per $\theta = 30°$ nell'istante in cui il corpo che oscilla passa nel punto più basso, il blocco inizia a muoversi sul piano.
3. Mostrare che è possibile adesso determinare il valore del coefficiente d'attrito statico (sempre nel caso $m_r = M/2$).

ESERCIZIO 7 ATTENTI ALLA COLLA!

Problema 1 Gara Nazionale Olimpiadi Fisica 2006

Un manubrio è costituito da due piccole sferette di uguale massa m, incollate alle estremità di una sottile asticciola rigida, di lunghezza L, avente massa trascurabile rispetto a quella delle sferette. Si trattino le sferette come puntiformi.
Il manubrio può ruotare liberamente, con attrito trascurabile, in un piano verticale, attorno ad un asse orizzontale passante per un punto dell'asticella distante L/3 da un'estremità, come in figura.
Inizialmente il manubrio si trova, fermo, nella sua posizione di equilibrio instabile. Ad un certo istante, per una piccolissima perturbazione, il manubrio comincia a ruotare.



1. Si determini la velocità angolare in funzione di L e dell'angolo θ che la parte più lunga dell'asticella forma con la verticale ascendente (vedi figura).

La sferetta 1, più lontana dall'asse di rotazione, è incollata male, e nel corso della rotazione, quando la forza che la tiene attaccata all'asticella raggiunge un valore pari a 1.8 volte il peso della sferetta, si stacca.
2. Detta F la forza che l'asticella esercita sulla sferetta 1, si dimostri che le sue componenti radiale e tangenziale sono date rispettivamente dalle relazioni seguenti:
$F_r = (1/5)\ mg\ (4 - 9 \cos\theta)$ $\quad$ $F_t = -(3/5)\ mg \sin\theta$
dove si sono assunti positivi rispettivamente il verso centripeto e quello delle θ crescenti.

3. Si trovi il valore θ_d dell'angolo a cui si verifica il distacco.

4. Dopo il distacco, si descriva il moto della sferetta rimanente (sferetta 2), determinando in particolare la posizione θ_i in cui essa inverte il suo moto (si supponga che questa sferetta non si stacchi).

5. Si calcoli il rapporto tra la forza che il vincolo esercita sull'asticella quando la sferetta 2 (dopo il distacco della prima) passa per il punto più basso della sua traiettoria e il peso della sferetta.

QUESITI

QUESITO 1 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2013

Un'asta di lunghezza l, costruita di materiale omogeneo di densità lineare δ, è imperniata su un asse orizzontale fissato a una parete verticale e coincidente con la sua estremità in alto. E ` tenuta in equilibrio esercitando una forza orizzontale F nell'estremo più in basso.
Siano: l= 1.5m, δ= 2.0 kgm^{-1}, F = 38 N.
•Quanto vale l'intensità della reazione che il muro esercita sull'estremo più in alto dell'asta?

QUESITO 3 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2013

Due ciclisti in fuga corrono lungo una strada, ciascuno a velocità costante. Il primo ha una velocità v_1 = 30.6 km/h e, ad un certo istante, si trova 25m oltre un incrocio, che può essere preso come punto di riferimento; il secondo invece procede a velocità v_2 = 37.8 km/h e, nello stesso istante, si trova 45m prima dello stesso incrocio.
• Dopo quanto tempo il secondo ciclista raggiungerà il primo?

QUESITO 7 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2013

Una cassa di massa m viene trainata su un piazzale in piano, partendo da ferma, con accelerazione costante a. La forza di trazione è applicata mediante una fune orizzontale. Il coefficiente d'attrito tra la cassa e il piano stradale è μ.
• Si vuol sapere la potenza che occorre applicare alla fune dopo un tempo t dall'inizio dello spostamento.
Valori numerici: m = 70 kg; a = 0.5ms^{-2}; μ = 0.35; t = 6 s.

QUESITO 10 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2013

Un corpo di massa m = 400 g è in equilibrio, appeso ad una molla di costante elastica k = 10Nm^{-1}, che lo sostiene. Il corpo viene sollevato, molto lentamente, di un tratto Δx = 30 cm.
• Calcolare il lavoro compiuto dalla forza che solleva il corpo.

QUESITO 1 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2012

Due ciclisti fanno una gara ad inseguimento partendo da punti opposti di una pista circolare. Trascurando i brevi intervalli di tempo delle accelerazioni, il moto dei due ciclisti può essere trattato come uniforme.

• Se uno dei due mantiene una velocità superiore all'altro del 10%, dopo quanti giri il più veloce raggiunge
l'altro?

QUESITO 2 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2012

Un cavo d'acciaio ($\rho = 7700$ kgm^{-3}), del diametro di 8.6mm, è teso verticalmente tra soffitto e pavimento di un locale alto 15.54m.
La tensione del cavo, nell'estremità attaccata al pavimento, è 360 N.
• Qual è la tensione interna in un punto A del cavo situato 6.43m sotto il soffitto?

NOTA: La tensione interna puo` essere definita come la forza che occorrerebbe applicare al cavo, se si rompesse in quel punto, per mantenerlo nello stesso stato.

QUESITO 4 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2012

Due dischi di raggi $R_1 = R$ ed $R_2 = R/2$ per attrito, possono ruotare a contatto uno dell'altro senza slittare. Su ciascun disco è fissato un rocchetto di raggio r su cui è avvolta una fune. Alla prima è applicata una forza verticale F mentre alla seconda è appesa una massa M.
• Se sui perni non c'è attrito e tutto il sistema è in equilibrio, quanto vale il modulo della forza F ?

QUESITO 7 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2012

Una goccia di pioggia di massa m sta scendendo verticalmente a velocità costante a causa dell'azione di una forza di frenamento $F = kv^2$, dove k è una costante.
• Calcolare l'energia cinetica della goccia di pioggia, in funzione della massa m, della costante k e dell'accelerazione di gravità g.

QUESITO 1 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2011

Un carrello di massa $m_1 = 200$ g ed energia cinetica $E_1 = 0.9$ J si muove in linea retta e ne urta un altro, di massa m_2, inizialmente fermo. Dopo l'urto, il primo carrello torna indietro con energia cinetica $E'_1 = 0.4$ J.
• Calcolare la massa del secondo carrello nell'ipotesi che l'urto sia elastico.

QUESITO 4 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2011

Sia $R = 6372$ km il raggio della Terra e g il campo gravitazionale sulla superficie terrestre.
• A quale altezza dalla superficie terrestre il campo gravitazionale si dimezza?

QUESITO 7 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2011

Una forza F avente modulo di 400N spinge una massa m di 5 kg su per un piano inclinato di 30°.
Il piano è liscio e lungo L = 2m e la massa, di dimensioni trascurabili rispetto al piano inclinato, inizialmente è ferma. Quando la massa raggiunge la sommità del piano, la forza F cessa di agire e rimane solo la gravità.

• Con che velocità tocca terra la massa?

QUESITO 10 - GARA REGIONALE OLIMPIADI 2011

Un blocco di 2.5 kg, inizialmente fermo, è appoggiato su un piano orizzontale. Ad esso viene applicata una forza F di modulo 40.1N e inclinata di 60° verso l'alto.

• Calcolare il modulo dell'accelerazione del blocco.