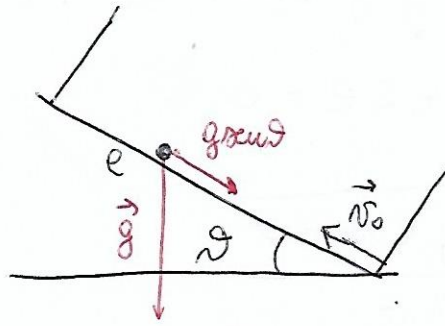


ESERCIZIO 1 - DA "UN ESERCIZIO AL GIORNO" GIANCARLO CELLA
MOTO PERIODICO



- Determinare il periodo del moto
- Studiare come accade per v_0 grandi.

Moto uniformemente accelerato.

Periodo $T = 2 \cdot$ tempo tra le due pareti

Leggi moto:

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 - g \sin \theta \cdot t$$

La $v(t)$ si annulla al tempo t' :

$$t' = \frac{v_0}{g \sin \theta}$$

Spazio percorso nel tempo t' :

$$s(t') = \frac{v_0^2}{2 g \sin \theta}$$

- 2 casi
- (a) Se $s(t') < e$ non arriva alla barriera superiore
 - (b) se $s(t') > e$ è unto arrivare per $s(t_0) = e$

(a) $s(t') < e$

$$T = 2t' = \frac{2v_0}{g \sin \theta}$$

$$\frac{v_0^2}{2 g \sin \theta}$$

$$< e \Rightarrow$$

$$v_0 < \sqrt{2 g e \sin \theta}$$

⑥ $S(t') > e$ chiamiamo $t_u = t_{urto}$

$$S(t_u) = e \Rightarrow v_0 t_u - \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t_u^2 = e$$

$$g t_u^2 \sin \theta - 2 v_0 t_u + 2 e = 0$$

$$t_u = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2 g e \sin \theta}}{g \sin \theta}$$

① $t_u \oplus$ soluzione non accettabile

(barriera superata e poi ritornerebbe dopo aver invertito il moto)

② $t_u \ominus = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2 g e \sin \theta}}{g \sin \theta}$

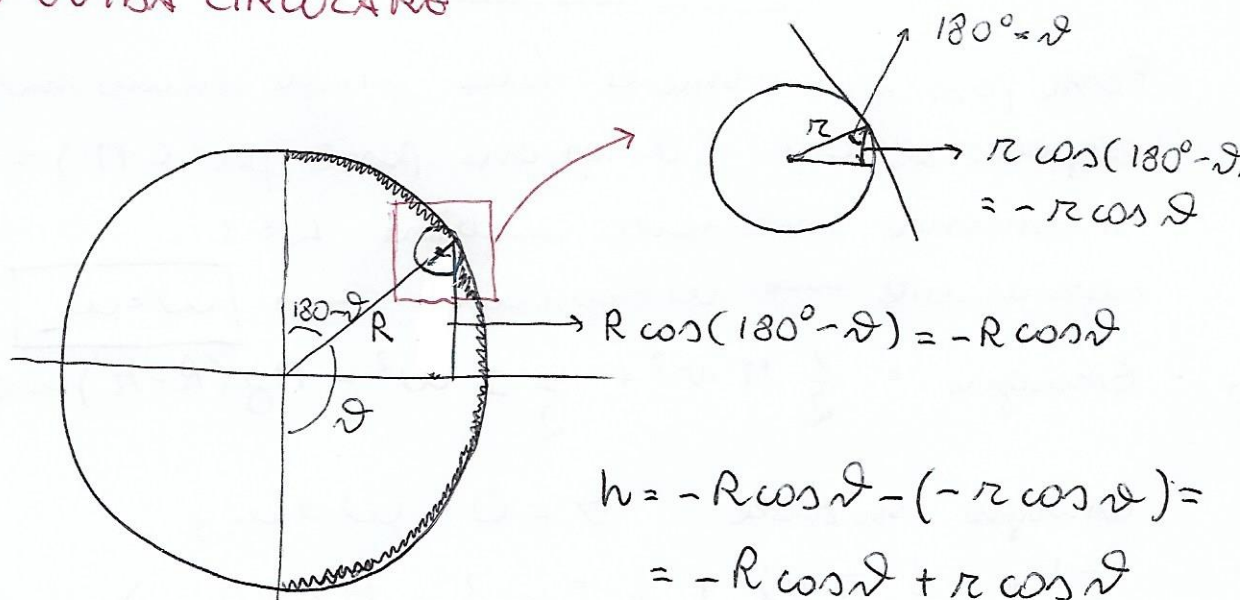
per $v_0^2 \gg 2 g e \sin \theta$ $t_u \ominus \rightarrow \frac{e}{v_0}$

$$T = 2 t_u \ominus = 2 \left[\frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2 g e \sin \theta}}{g \sin \theta} \right]$$

e per v_0 grandi ($v_0^2 \gg 2 g e \sin \theta$)

$$T = 2 \frac{e}{v_0}$$

ESERCIZIO 2 - DA "UN ESERCIZIO AL GIORNO" GIANCARLO CELLA
PALLINA SU GUIDA CIRCOLARE



Trovare $h_{\max}$ raggiunte

DESTRA

$$E_{\text{TOT}} = \frac{1}{2} (I + Mr^2) \omega^2 - Mg(R-r) \cos \theta$$

Situazione iniziale : $\theta_0 = \pi$ $\omega_0 = 0$

$$E_{\text{TOT}0} = Mg(R-r)$$

Situazione finale : $\theta = 0$ $\omega = \omega_1$ (punto più basso)

$$E_{\text{TOT}1} = \frac{1}{2} (I + Mr^2) \omega_1^2 - Mg(R-r)$$

Conservazione energia meccanica (senza rotolamento) .

$$E_{\text{TOT}0} = E_{\text{TOT}1}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4Mg(R-r)}{I + Mr^2}}$$

$$v_1 = \omega_1 \cdot r = \sqrt{\frac{4Mg r^2 (R-r)}{I + Mr^2}}$$

SINISTRA : velocità del C.M. e velocità angolare
Sono indipendenti (non vale $v = \omega r$)

Forza peso e normale delle guide danno momento nullo rispetto al C.M. (direzione parallela per C.M.) $\Rightarrow$

Si conserva momento angolare $L = I\omega$ e poiché I non cambia $\rightarrow \omega = \text{costante} \rightarrow \boxed{\omega = \omega_1}$

$$E_{\text{mecc}} = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 - M g (R-r) \cos \vartheta$$

Energia iniziale $\vartheta = 0 \quad \omega = \omega_1$

$$E_1 = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 - M g (R-r) \quad [\text{qui } v_1 = \omega_1 r]$$

Energia finale $\vartheta = \vartheta_{\text{FIN}} \quad \omega = \omega_1 \quad v = 0$ (velocità max raggiunta)

$$E_{h\text{max}} = \frac{1}{2} I \omega_1^2 - M g (R-r) \cos \vartheta_{\text{FIN}}$$

Applico conservazione energia

$$\frac{1}{2} M v_1^2 - M g (R-r) = - M g (R-r) \cos \vartheta_{\text{FIN}}$$

$$\cos \vartheta_{\text{FIN}} = 1 - \frac{v_1^2}{2 g (R-r)} \stackrel{(*)}{=} 1 - 2 \frac{1}{\frac{I}{M r^2} + 1}$$

① $I \ll M r^2$
 I trascurabile $\frac{I}{M r^2} \rightarrow 0$
 $\rightarrow$ corpo puntiforme

$$\cos \vartheta_{\text{FIN}} \rightarrow 1 - 2 = -1 \Rightarrow \vartheta_{\text{FIN}} = \pi = \vartheta_0$$

La pallina torna nella posizione di partenza.

② $I \gg M r^2$ $\frac{I}{M r^2} \rightarrow +\infty$

$$\cos \vartheta_{\text{FIN}} \rightarrow 1 \quad \vartheta_{\text{FIN}} = 0$$

La pallina rimane vicino al punto più basso ④