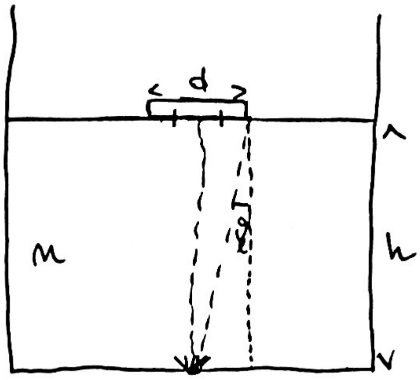
• Correzione esercizi - 15-01-2020 - Liceo Spallanzani ①

1) $n = 1{,}469$

$d = 6\,cm$

h_{max} affinché non esca nessun raggio dal recipiente



$\Rightarrow$ Devo far sì che tutti i raggi che arrivano alla superficie dell'acqua al di fuori della moneta subiscano riflessione totale

$h \le h_{max}$ $\quad \sin\theta_\ell = \frac{1}{n}$ $\quad$ dove $\quad \tan\theta_\ell = \frac{\frac{d}{2}}{h_{max}} = \frac{d}{2h_{max}}$

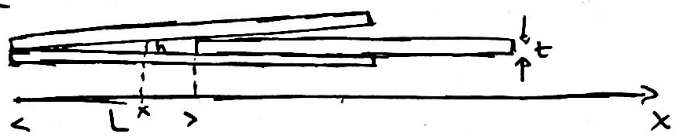
$$\Rightarrow \boxed{h_{max}} = \frac{d}{2\tan\theta_\ell} = \frac{d\cos\theta_\ell}{2\sin\theta_\ell} = \frac{d\sqrt{1-\sin^2\theta_\ell}}{2\sin\theta} = \frac{d\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}{2\frac{1}{n}}$$

$$= \frac{d\sqrt{n^2-1}}{2} = \frac{0{,}06\cdot\sqrt{1{,}469^2-1}}{2}$$

$$= 0{,}0323\,m = \boxed{3{,}23\,cm}$$

2) $L = 40\,mm$

$\lambda = 589\,nm$ incidenza normale (angolo tra i vetrini trascurabile)



cuneo d'aria $\rightarrow$ interferenza per riflessione

RICORDA: se $n_2 > n_1$ nell'~~interferenza~~ onda riflessa c'è uno sfasamento di π (o $\frac{\lambda}{2}$) in questo caso al 2° vetrino

$\Delta x_{20} = 4{,}9\,mm$

• in una generica posizione x, l'altezza h del cuneo d'aria è data da $x : h = L : t \Rightarrow h = \frac{x\cdot t}{L}$

interferenza costruttiva $\quad 2h + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow \frac{2xt}{L} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{(2m-1)\lambda L}{4t}}, \quad m \in \mathbb{N}_0$$

• $\Delta x_{20} = x_{m+20} - x_m = \frac{(2(m+20)-1)\lambda L}{4t} - \frac{(2m-1)\lambda L}{4t} = \frac{10\lambda L}{t} \Rightarrow \boxed{t} = \frac{10\lambda L}{\Delta x_{20}} =$

$$= \frac{10 \cdot 589 \cdot 10^{-9} \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{4{,}9 \cdot 10^{-3}} = \boxed{48 \mu m}$$

- se il foglio viene allontanato $X_{MAX} = \frac{(2n-1)\lambda L}{4t}$ → aumenta ⇒ la spaziatura aumenta

se il foglio viene scaldato mantenendo fisso L

$$X_{MAX} = \frac{(2n-1)\lambda L}{4t}$$ → la spaziatura diminuisce

t → aumenta perché aumentano le dimensioni con la temperatura

se si mette acqua nel cuneo $X_{MAX} = \frac{(2n-1)\lambda L}{4t}$ diminuisce

perché $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f} < \lambda_0$

⇒ la spaziatura diminuisce

3) Laser ad He-Ne $\lambda = 632{,}8 nm$ $P = 1 mW = 10^{-3} W$

n° di fotoni in 2 secondi?

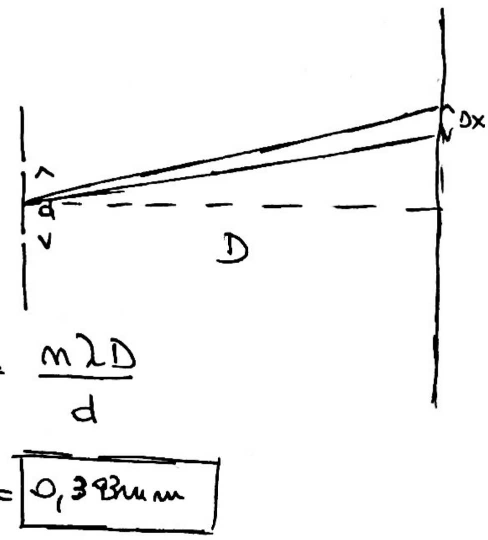
$\cancel{P = E \Delta t = N h\nu \Delta t = \frac{Nhc}{\lambda} \Delta t} \Rightarrow \cancel{N = \frac{P\lambda}{hc\Delta t}}$

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{\Delta t} = \frac{Nhc}{\lambda \cdot \Delta t} \Rightarrow \boxed{N} = \frac{P \cdot \lambda \cdot \Delta t}{hc} =$$

$$= \frac{10^{-3} \cdot 632{,}8 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}} = \boxed{6{,}36 \cdot 10^{15}}$$

4) $\lambda = 589 nm$ Interferenza di Young

$\Delta x_{m,m+1} = 3 mm$ $D = 2 m$ $d = ?$



$d \operatorname{sen}\vartheta_m = m\lambda$ per ϑ piccolo $\operatorname{sen}\vartheta \sim \operatorname{tg}\vartheta$

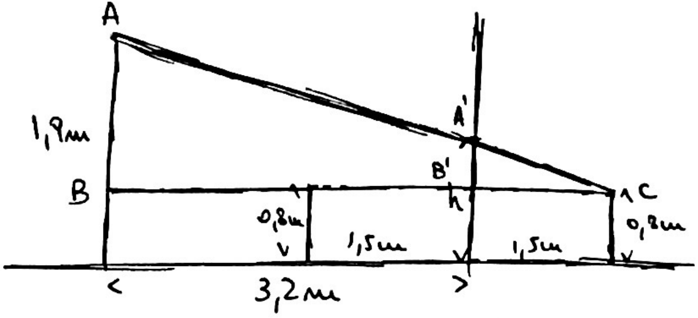
$\Rightarrow d \operatorname{tg}\vartheta_m = m\lambda \Rightarrow d \cdot \frac{x_m}{D} = m\lambda \Rightarrow x_m = \frac{m\lambda D}{d}$

$$\Delta x_{m,m+1} = \frac{\lambda D}{d} \Rightarrow \boxed{d} = \frac{\lambda D}{\Delta x} = \frac{589 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{3 \cdot 10^{-3}} = \boxed{0{,}393 mm}$$

5) $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C}$

$\Rightarrow \overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C}$

$\overline{AB} = 1,9-0,8 \qquad \overline{A'B'} = h-0,8 \qquad \overline{BC} = 3,2+1,5 \qquad \overline{B'C} = 1,5$



$$1,1 : (h-0,8) = 4,7 : 1,5$$

$$h - 0,8 = \frac{1,1 \cdot 1,5}{4,7} \Rightarrow \boxed{h} = 0,8 + \frac{1,1 \cdot 1,5}{4,7} = \boxed{1,15m}$$

6) corda con gli estremi fissi $L = 80\,cm$, $T = 90N$

$f_n = 225Hz \qquad f_{n+1} = 262,5Hz \qquad f_1 = ? \qquad m = ? \qquad V_{max}\,(A = 2cm, = ?\ f_1)$

modi normali onde stazionarie con estremi fissi $\qquad \lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad f_n = \frac{V}{\lambda_n} = \frac{nV}{2L}$

$$f_{n+1} = \frac{(n+1)V}{2L} = 262,5$$
$$f_n = \frac{nV}{2L} = 225$$
$$\Rightarrow f_{n+1} - f_n = \frac{V}{2L} = 262,5 - 225 = 37,5Hz$$

$$\Rightarrow \boxed{V} = 2 \cdot 0,8 \cdot 37,5 = \boxed{60m/s}$$

$$\boxed{f_1} = \frac{V}{2L} = \frac{60}{2 \cdot 0,8} = \boxed{37,5Hz}$$

tensione - velocità corda tesa $\qquad V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = \mu V^2 = \frac{m}{L} V^2$

$$\Rightarrow m = \frac{T \cdot L}{V^2}$$

$$\boxed{m} = \frac{90 \cdot 0,8}{60^2} = \boxed{0,02kg}$$

velocità massima punto in oscillazione $\qquad V_{max} = A \cdot \omega = 2\pi A f$

$$\boxed{V^1_{max}} = A \cdot 2\pi \cdot f_1 = 0,02 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 37,5 = \boxed{4,71m/s}$$

7) reticolo di diffrazione $\rightarrow$ spaziatura 500 fenditure/mm $= 5 \cdot 10^5 /m$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{5 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^{-6} m$$ passo reticolare

posizione dei massimi $\quad d \operatorname{sen}\vartheta_m = m \cdot \lambda$

Distanza schermo $D = 22 cm$ $\qquad \tan\vartheta_2 = \frac{x_2}{D} \Rightarrow \vartheta_2 = tg^{-1}\left(\frac{x_2}{D}\right)$

massimo del 2° ordine $x_2 = 15,5 cm$

oss. $x_m \sim D$ $\Rightarrow \tan\vartheta \neq \operatorname{sen}\vartheta$

$\lambda = ?$

$$d \cdot \operatorname{sen}\vartheta_2 = 2 \cdot \lambda$$

$$d \cdot \operatorname{sen}(tg^{-1}(\vartheta_2)) = 2 \cdot \lambda$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda} = \frac{d \cdot \operatorname{sen}(tg^{-1}(\vartheta_2))}{2} = 5,76 \cdot 10^{-7} = \boxed{576 nm}$$

8) Due stelle: una in avvicinamento (2) e una in allontanamento (1) dalla Terra, entrambe con

$V = 0,05c \qquad f_1 = 5,2 \cdot 10^{14} Hz$

Per l'astronomo $\quad f_1^{osservata} = f_2^{osservata} \qquad f_2 = ?$

$z_1, z_2 = ?$

effetto Doppler (sorgente in moto che emette luce)

classico $\quad f' = f \cdot \frac{1}{1 \mp \frac{V}{c}}$ $\quad$ − avv, + all.

relativistico $\quad f' = f \cdot \sqrt{\frac{1 \pm \frac{V}{c}}{1 \mp \frac{V}{c}}}$ $\quad$ + avv, − all; − avv, + all

per la sorgente

(se $V \ll$ $\quad f'_{clas} = f'_{rel}$)

$$f_1' = f_2'$$

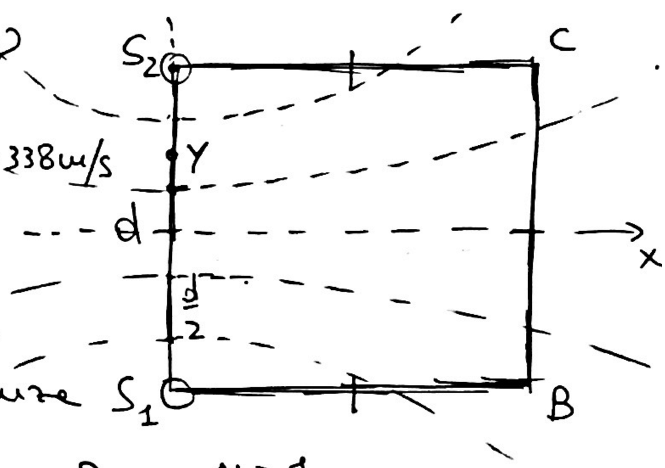
$$f_1 \sqrt{\frac{1 - \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}}} = f_2 \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}} \Rightarrow f_2 = f_1 \left(\frac{1 - \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}}\right) = 5,2 \cdot 10^{14} \frac{1 - 0,05}{1 + 0,05} =$$

$$\boxed{f_2 = 4,7 \cdot 10^{14} Hz}$$

9) Due altoparlanti con potenza P AY

emettono onde a frequenza ν

velocità del suono in aria $V = 338\,m/s$



a) determina ν affinché in B

ci sia un max di interferenza

del 1° ordine con $d = 3{,}5\,m$ $\quad \Delta d = m \cdot \lambda \qquad m = 1$

$$\Delta d = \sqrt{2}\,d - d = (\sqrt{2}-1)\,d = \lambda = \frac{V}{\nu} \implies \nu = \frac{V}{(\sqrt{2}-1)\,d} = \frac{338}{(\sqrt{2}-1)\cdot 3{,}5}$$

$$\lambda = \frac{338}{233{,}15} = 1{,}45\,m \longleftarrow \boxed{\nu = 233{,}15\,Hz}$$

· determina tutti i minimi lungo il perimetro

Fisso un riferimento con origine nel punto medio

di S_1S_2 e assi nelle direzioni solite

La situazione è simmetrica $y \to -y$ quindi considero

solo $y > 0$ poi prendo anche tutti gli y opposti

→ sul lato S_1S_2 $\qquad \Delta d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

$$\left(\frac{d}{2} + y\right) - \left(\frac{d}{2} - y\right) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad 2y = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$y = \frac{(2m+1)\lambda}{4} < \frac{d}{2}$$

$$m = 0 \qquad y = \frac{\lambda}{4} = \frac{1{,}45}{4} = \boxed{0{,}3625\,m} < \frac{3{,}5}{2}$$

$$m = 1 \qquad y = \frac{3\lambda}{4} = \frac{3 \cdot 1{,}45}{4} = \boxed{1{,}0875\,m} < \frac{3{,}5}{2}$$

$$m = 2 \qquad \cancel{y = \frac{5 \cdot \lambda}{4} = \frac{5 \cdot 1{,}45}{4} = 1{,}81 > \frac{3{,}5}{2}}$$

perciò i minimi su S_1S_2 sono in $\boxed{\begin{array}{l}(0;\ \pm 0{,}3625\,m) \\ (0;\ \pm 1{,}0875\,m)\end{array}}$

→ sugli altri lati. In generale $\Delta d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ →

$\left|\overline{PS_2} - \overline{PS_1}\right| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ è un'iperbole $\forall m \in \mathbb{N}$ con fuochi S_1 e S_2

Nel nostro caso $F \in$ asse y $\quad |\overline{PS_2} - \overline{PS_1}| = 2b$ ⑥

$$c = \frac{d}{2} \qquad 2b = \left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow b = \frac{(2n+1)\lambda}{4}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{(2n+1)\lambda}{4}\right)^2$$

$$\frac{x^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{(2n+1)\lambda}{4}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{(2n+1)^2\lambda^2}{16}} = -1$$

I punti trovati prima sono con $x=0$ e $n=0, n=1$

$\Rightarrow$ Le iperboli con $n=0$ e $n=1$ incontrano i lati S_2B, S_1C, BC. Con $n>1$ restano fuori.

Devo capire come incontrano i lati

S_2C, S_1B

$y = \frac{d}{2}$ $\quad y = -\frac{d}{2}$

$$\frac{x^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{2n+1}{4}\lambda\right)^2} - \frac{\frac{d^2}{4}}{\frac{(2n+1)^2\lambda^2}{\cancel{16}\,4}} = -1 \quad \text{con } 0<x<d$$

$$x = \pm\sqrt{\left(\frac{4d^2}{(2n+1)^2\lambda^2} - 1\right)\left(\frac{d^2}{4} - \frac{(2n+1)^2\lambda^2}{16}\right)} =$$

$$= \pm\sqrt{\frac{4d^2-(2n+1)^2\lambda^2}{(2n+1)^2\lambda^2}\cdot\left(\frac{4d^2-(2n+1)^2\lambda^2}{16}\right)} = \pm\frac{4d^2-(2n+1)^2\lambda^2}{4(2n+1)\lambda}$$

$$n=0 \qquad \cancel{x = \pm\frac{4d^2-\lambda^2}{4(1)\lambda} = 8{,}02\,m} \qquad NA$$

$\boxed{(1{,}73\,m;\ \pm 1{,}75\,m)}$

$$n=1 \qquad x = \pm\frac{4d^2-9\lambda^2}{4\cdot 3\cdot\lambda} = 1{,}73\,m \quad ✓$$

BC $\quad x = d$

$$\frac{d^2}{\frac{d^2}{4} - \frac{(2n+1)^2\lambda^2}{16}} - \frac{y^2}{\frac{(2n+1)^2\lambda^2}{16}} = -1$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{d^2}{\frac{d^2}{4} - \frac{(2n+1)^2\lambda^2}{16}} + 1}\cdot\left(\frac{(2n+1)\lambda}{4}\right) = \pm 0{,}82\,m$$

$n=0$

$\boxed{(\cancel{\pm 0{,}82}\ 3{,}5\,m;\ \pm 0{,}82\,m)}$

b) $\nu = 440\,Hz$ nella configurazione precedente

$$\frac{A_{S_1,B}}{A_{S_2,B}} = ? \qquad \Delta\varphi = ?$$

ricordo $I = \frac{P}{4\pi d^2} \Rightarrow P = I \cdot 4\pi d^2$ — P fissata, $I \propto d^{-2}$

onde armoniche $I \propto A^2$

$$I = \frac{k}{d^2} \qquad I = h \cdot A^2 \qquad \Rightarrow d^2 A^2 = K \qquad d \cdot A = \tilde{K}$$

$$\boxed{\frac{A_{S_1,B}}{A_{S_2,B}}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{2}\,d}{d} = \boxed{\sqrt{2}}$$

differenza di fase

$$Y_1 = A \cdot \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$Y_2 = A \cdot \operatorname{sen}(k(x + \Delta x - \omega t)) =$$

$$= A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \underbrace{k\Delta x}_{\Delta\varphi})$$

$$\boxed{\Delta\varphi} = k\Delta x = \frac{2\pi \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(\sqrt{2}-1)d}{\lambda} = \frac{2\pi(\sqrt{2}-1)d\nu}{V}$$

$$= 11{,}85\,rad = \boxed{5{,}57\,rad}$$

c) Si mantiene la configurazione ma si varia d. Per $\nu = 440\,Hz$ in B l'intensità NON varia se S_2 è acceso o spento. Quali sono i due più piccoli valori di d?

$I \propto A^2$ quindi deve essere $I_{1+2} = I_1 \Rightarrow A_{1+2} = A_1$

$$Y_1 = A_1 \operatorname{sen}(\xi) \qquad Y_2 = A_2 \operatorname{sen}(\xi + \varphi) \Longrightarrow Y_1 + Y_2 = A \operatorname{sen}(\xi + \vartheta)$$

determinare A e ϑ

$$Y_1 = A_1 \operatorname{sen}(\xi)$$

$$Y_2 = A_2 \operatorname{sen}(\xi)\cos\varphi + A_2 \cos\xi \operatorname{sen}\varphi$$

$$\Longrightarrow Y_1 + Y_2 = A_1 \operatorname{sen}\xi + A_2 \operatorname{sen}\xi\cos\varphi + A_2 \cos\xi \operatorname{sen}\varphi$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = A \operatorname{sen}\xi \cos\vartheta + A \cos\xi \operatorname{sen}\vartheta$$

$$\forall \xi \Rightarrow \begin{cases} A_1 + A_2\cos\varphi = A\cos\vartheta \\ A_2 \operatorname{sen}\varphi = A \operatorname{sen}\vartheta \end{cases}$$

$$(A_1 + A_2\cos\varphi)^2 + (A_2 \operatorname{sen}\varphi)^2 = (A\cos\varphi)^2 + (A\operatorname{sen}\varphi)^2$$

$$A_1^2 + A_2^2\cos^2\varphi + 2A_1A_2\cos\varphi + A_2^2\operatorname{sen}^2\varphi = A^2\cos^2\varphi + A^2\operatorname{sen}^2\varphi$$

$$\boxed{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi = A^2}$$

$$\vartheta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{A_2\operatorname{sen}\varphi}{A}\right) \quad \vee \quad \vartheta = \pi - \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{A_2\operatorname{sen}\varphi}{A}\right)$$

$$A_1 = \sqrt{2}A_2 \quad \Rightarrow \quad \cancel{2A^2} + A^2 + 2\sqrt{2}A^2\cos\varphi = \cancel{2A^2}$$

$$A_1 = A \quad \Rightarrow \quad 2\sqrt{2}A^2\cos\varphi = -A^2 \qquad \cos\varphi = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\varphi = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \qquad \varphi = 2\pi - \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$= 1{,}93 \text{ rad} \qquad = 4{,}35 \text{ rad}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(\sqrt{2}-1)d}{\lambda} = \frac{2\pi(\sqrt{2}-1)\nu d}{v}$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{v\,\Delta\varphi}{2\pi(\sqrt{2}-1)\nu} = \begin{cases} d_1 = 0{,}57\,\text{m} \\ d_2 = 1{,}28\,\text{m} \end{cases}$$