PROGRESSIONE ARITMETICA

è un successione di numeri tale che la differenza tra ciascun termine e il precedente sia costante (= ragione d)

1, 3, 5, 7…… PROGRESSIONE ARITMETICA DI RAGIONE 2

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Primo termine

Somma dei primi n termini = $S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$

Esempio 1, 3, 5, 7,………, 2n-1

$$S_n = \frac{1}{2}n(1 + 2n - 1) = n^2$$

$$1+2+3+4+5+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

PROGRESSIONE GEOMETRICA

è una successione di numeri tali che il rapporto tra due elementi consecutivi sia costante (=ragione r)

$ar^0, ar, ar^2, ar^3, \dots \dots .$

a = fattore di scala

Esempio a=1 r=2

1, 2, 4, 8, 16 ....

$$a_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} ar^{i-1} = a\frac{r^n - 1}{r - 1}}$$

1001+1003+1005+ ...+2001+2003 = ?

$A)$ $1502 \cdot 501$ B) $3004 \cdot 501$ c) $3004 \cdot 502$ d) $1502 \cdot 502$

1+3+5+ ...+2003 = $(1002)^2$

Poiché
2003=2n-1
2n=2004
n = 1002

1+3+5+..... +999 =500^2 ➔ $(1002)^2 - (500)^2 = (1002 - 500)(1002 + 500)$

$$2^{1001} + 2^{1003} + 2^{1005} + \cdots . + 2^{2001} + 2^{2003} = ?$$

$a) 2^{2004} - 2^{1001}$ $\quad b) \frac{2^{2005} - 2^{1001}}{3}$ $\quad c) \frac{2^{2004} - 1}{3}$ $\quad d) (2^{2003} - 2^{1001}) \cdot 251$

$$2^{1001} + 2^{1003} + 2^{1005} + \cdots . + 2^{2001} + 2^{2003}$$

$$= 2^{1000+1} + 2^{1000+3} + 2^{1000+5} + \cdots + 2^{1000+1003}$$

$$= 2^{1000} \cdot (2^1 + 2^3 + \cdots + 2^{1003})$$

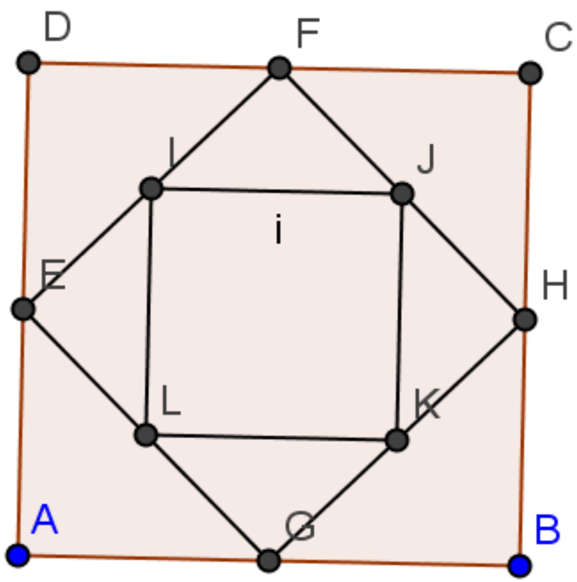
$(2^1 + 2^3 + \cdots + 2^{1003})$ = somma termini della Successione geometrica

$2, 2^3, 2^5, \ldots \ldots, 2^{1003}$ a=2 r=2^2

Infatti $2 \cdot 1, 2 \cdot 2^2, 2 \cdot (2^2)^2, \ldots \ldots, \quad 2 \cdot (2^2)^{501}$

$$S_n = 2 \cdot \frac{(2^2)^{502} - 1}{2^2 - 1} \cdot 2^{1000} = 2^{1001} \frac{2^{1004} - 1}{3} = \frac{2^{2005} - 2^{1001}}{3}$$

In un quadrato di lato 8 si inscrive un secondo quadrato , avente i vertici nei punti medi dei lati del quadrato dato . In questo secondo quadrato si inscrive allo stesso modo, un terzo quadrato e così via fino ad avere 10 quadrati. Determinare la somma dei perimetri e la somma delle aree.



Lati = 8 $\quad 4\sqrt{2} \quad 4 \quad 2\sqrt{2} \quad 2 \quad \ldots.$

Perimetri =

$32 \quad 16\sqrt{2} \quad 16 \quad 8\sqrt{2} \quad 8 \quad \ldots.$

Ragione $=\frac{\sqrt{2}}{2}$

➔

Perimetro dei primi 10 $=32\,\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10}-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}$

$=31\cdot(2+\sqrt{2})$

Le aree sono $\quad 8^2 \quad (4\sqrt{2})^2 \quad 4^2 \quad (2\sqrt{2})^2 \ldots. \qquad 64 \quad 32 \quad 16 \quad 8 \quad \ldots..$

R=1/2

$$S_n = 64\,\frac{\left(\frac{1}{2}^{10}-1\right)}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1023}{8}$$

Quale delle seguenti classi di numeri interi contiene almeno un quadrato perfetto maggiore di 1 ?

(A) I numeri che terminano per 3
(B) i numeri che terminano per 26
(C) i numeri la cui somma delle cifre è 48
(D) i numeri formati da un numero pari di cifre tutte uguali a 9
(E) i numeri che terminano per 001.

Nessun quadrato può terminare per 3 TERMINANO PER 0,1,4,5,6,9,

Non può terminare per 26 (sarebbe divisibile per 2 ma non per 4)

Se la somma delle cifre è 48 è divisibile per 3 , ma non per 9

2k cifre uguali a 9 =
$10^{2k} - 1$ *non esistono due numeri interi consecutivi maggiori di 1 che siano quadrati di interi*

E infatti $(10^k + 1)^2$ Termina con 001

In una certa BASE DI NUMERAZIONE b, il numero $XYZ - YXZ$ è divisibile per 20 (espresso in forma decimale) qualunque siano le cifre X, Y, Z di tale sistema di numerazione. Quale tra i seguenti numeri può essere il valore di b ?

(A) 10 (B) 5 (C) 8 (D) 14 (E) 3.

XYZ – YXZ in base b ➔ $(Xb^2 + Yb + Z) - (b^2Y + bX + Z)$

➔ $(b^2 - b)(X - Y)$

X e Y sono arbitrari quindi $(b^2 - b)$ deve essere divisibile per 20 solo il 5 soddisfa

5

La successione $a_0, a_1, a_2, \ldots$ soddisfa le seguenti proprietà:

$$\begin{cases} a_0 = 1994 & \\ a_n = n\, a_{n-1} + 1 & \text{per } n \geq 1. \end{cases}$$

Quale resto si ottiene dividendo a_{100} per 9 ?

(A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 8 (E) nessuno dei precedenti.

$$a_{99} = 99 \cdot a_{98} + 1$$
$$a_{100} = 100 \cdot (99 \cdot a_{98} + 1) + 1$$
$$= 100 \cdot 99a_{98} + 101 = 100 \cdot 99a_{98} + 99 + 2$$
$$= 9 \cdot (11009_{98} + 11) + 2$$

$\rightarrow$ 2

Per quanti valori dell'intero positivo n l'espressione $\frac{5n+93}{n+7}$ è un intero positivo?

A)nessuno B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

$$\frac{5n+93}{n+7} = 5 + \frac{58}{n+7}$$

Deve essere Intero positivo ➔ n+7 divisore di 58

58 = 2· 29

➔ I divisori maggiori di 7 sono 29 e 58

n = 22 n = 51